101：7（渦；渦度；渦位）

気象のABC
—No. 7

渦のいろいろ

廣　田　　　勇*

1．渦のイメージ

これまで述べた「風のいろいろ」と「波のいろいろ」（廣田 2011a，b）に続いて，今回は渦について語ります．例によって，渦という言葉のイメージを膨らませることから始めましょう．

小学生くらいの子供に向かって，「うずの絵を描いてごらん」というと，まず，蚊取り線香のような螺旋状の「渦巻き」を描く者が殆どでしょう．同心円を描くのはむしろ稀だと思われます．次いで，「実際に自分で見たことのある渦や渦巻きの例を挙げてごらん」と訊ねると，潮干狩りのときに浜辺で見つけた巻貝やカタツムリの殻，あるいはアサガオの蔓の巻き方などを答えるでしょう．これらの「もの」ばかりではなく，「こと（現象）」としての渦の例として，バスタブの栓を抜いたときに出来る水の流れ方や街角で見られる「つむじ風」などを思い出した子供がいたら立派です．中学生くらいになれば，写真で見た台風の雲や竜巻，さらにはアンドロメダ星座のような銀河系なども渦の一種であることを理解しているはずです．海の現象なら鳴門の渦潮が有名ですし，流体実験で見られるカルマン渦などもあります．

このような渦（渦巻き）のイメージを比喩的にさらに発展させた日常用語としては，しばしば新聞記事にも使われる「イベント会場の人の渦」とか「政争の渦中に巻き込まれる」などなどお馴染みでしょう．

上に挙げた様々な例はいずれも螺旋状あるいは同心円状の「丸っこいもの」に限られています．しかし，渦という言葉の根底にはもう少し広い概念が存在します．気象学用語として，英語では vortex と eddy があり，両者は微妙な使い分けをされています．vortex は文字通り円形の渦ですが，eddy は古語の英語で「向きを変える流れ」を意味し，気象学教科書では「擾乱」と訳される場合も多々あります．以下はこれらのことを念頭に置いて気象のなかの「うず」の話を展開します．

2．渦と波

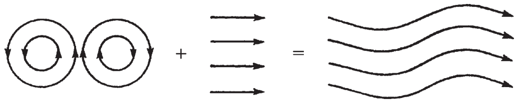
上に述べた eddy（向きを変える流れ）とは，まさに「うねった流れ」つまり波のことです．波と渦との関係を模式的に描いた第1図を見れば一目瞭然です．つまり波は渦を含んでいるということです．このことを天気図に即して言えば，500 hPa 面高度図に見られる中緯度偏西風帯のうねり（波）が地上では個々の高低気圧として等圧線が閉じた形に見えることと同じです．

ひとことだけ注意するなら，総ての波が渦を含んでいるわけではありません．流体力学の入門テキストでは，「渦なしの流れ」という一章があり，次節で述べる「渦度」が最初からゼロであるような流体運動もありえます．そのような波の実例として，たとえば流体の密度変化が本質である音波（粗密波）などは渦とは直接関係ありませんが，ここでは深入りせず，以下は渦を含む流れに限って話を進めます．

3．シアーと渦度

第1図に示されているように，渦は必ずしも流線（地衡風なら等圧線）が円形のように閉じた形をしている必要がありません．さらに面白いことに，流れの形がうねっていなくても（つまり一見したところ平行流であっても）その中に渦が含まれていることです．それを表すのが「渦度」という物理量です．

* Isamu HIROTA，京都大学名誉教授．



第１図　渦と波を表す模式図.

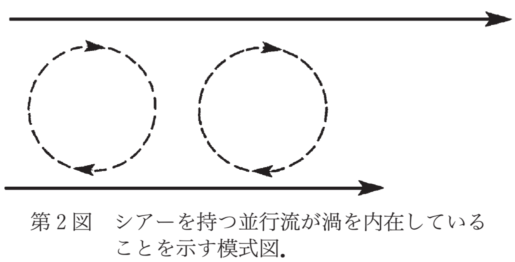
算術式を書く前に，次のような例はどうでしょうか.

むかしの素朴な土木工事現場では，重い物を移動させようとするとき，細い丸太（コロ）を何本か並べた上に板を敷き，その上に重い物を載せ僅かな人力で移動させていたものです．そのとき，横に動く板と動かない地面の間で丸太が回転していることがわかるでしょう．もっとも，最近の土木工事では何でも総て「重機」と称するゴツイ機械で力任せに動かしてしまうようで子供の教材にならず残念です．しかし，水平移動運搬用の道具は，大八車でも自動車でも，回転モーメントを大きくしているだけのことで，地面に対する相対運動が渦（回転）を媒介としている点でコロの原理と同じです.

このことを流れに関して言えば，「場所によって速さの異なる流れ（シアー流）は渦を内在している」ということになります（第２図）.

ここでいう「シアー：shear」は「剪断」という訳語もありますが，気象事典の類では形式的な説明しかなく，案外と誤解されやすい言葉です．その実例が空港付近での航空機事故にからんだ「ウインドシアー」というような使用例ですが，ここでは深入りしません.

シアーと渦度の説明で私が今でも鮮明に記憶しているのは，正野重方先生の講義です．両手の掌の間にチョークを挟み，掌をそっと左右にずらして「ほらチョークが回転しているでしょう．これが渦度です」と説明されました．小学生相手でも通用するような説明を，理論気象学の大家たる正野教授が東京大学理学部四年生の気象力学の講義で話されたことは，今でも極めて意義のあることだと信じています．算術の前にまずは直観的な理解を，と繰り返し強調しておきます．実を言えば，第２図は正野先生の講義を思い出しながら私が描いたものです．その後いくつかの教科書で第１図・第２図を模した図が使われているのは嬉しい限りです.



第２図　シアーを持つ並行流が渦を内在していることを示す模式図.

この渦度の定量的な表現の説明をする前に，「渦のはたらき」について簡単に触れておきましょう．気象における「擾乱の作用」のことです.

第１図に見られるような大気中の波（eddy）が運動量や熱を輸送する働きのあることは既に「波のいろいろ」（廣田 2011b）で述べたとおりです．中緯度偏西風帯の高低気圧に代表される大気波動が大循環に果たす重要性を思い起こして下さい.

もうひとつは，これも風の話（廣田 2011a）で述べた「風には大小さまざまな大きさがある」ことと同様，渦のサイズも大小あります．第２図で平行流として描いた２本の矢印の間隔については何も触れませんでしたが，1 km でも 1 cm でも構いません．サイズをどんどん小さくして考えれば，これはまさに「乱流」です．乱流のテキストの序章でしばしば紹介される有名なリチャードソンの四行詩（大きな渦は小さな渦を生み…）のとおり，風速（運動量）を決めるメカニズムの根底に渦が存在しているのです．渦粘性や渦拡散などという気象学用語を聞いたことのある方もいるでしょう．そう言えば，古代の哲学者の金言に「万物は渦である」というのもあったような気がします.

４．渦度の表現

この「気象の ABC」では出来るだけ数式を使わずに話をする方針でしたが，ここでは簡単な数式（記号）を使わせていただきます.

平面上の流れ場（U，V）で正方形の４辺に沿った左回りの矢印を描くと，南北流 V の東西シアー $\partial V/\partial x$ から東西流 U の南北シアー $\partial U/\partial y$ を引いたものは，この正方形の周りを左回りに回転する渦の強さを表していることがわかります．左回り（反時計回り）をプラスの符号とする約束をして，$\zeta=\partial V/\partial x-\partial U/\partial y$ を「渦度：Vorticity」と定義します．流体力学の教科書では，この微分演算として，渦度 ζ を $\mathrm{rot}\,V$ あるいは $\mathrm{curl}\,V$ の記号で表します．rot はローテーション，curl は髪のカールと同じで，いずれも

「クルクル巻き」の意味です．

この渦度の式を見てお気付きのように，渦の最初のイメージは空間的広がりを持った丸っこい形状でしたが，渦度は流れの場の中の任意の点（場所）で定義されるものです．この事情は，初等力学でボールや石ころのような体積と質量を持った「物体」を抽象化して，大きさ（広がり）のない「質点」として扱うことに似ています．

流れが2次元で発散の無いとき，この渦度が時間的に変化しない「保存量」であることは，すでに19世紀の古典物理学の世界で「ヘルムホルツの渦定理」として証明されています．ついでに言えば，同じ古典流体力学の世界で「ケルヴィンの循環定理」と呼ばれているものは，同じ内容を「積分形」で表したものです．渦度の保存則だけからは（宇宙開闢のビッグバンの話における物質と反物質の生成消滅のように）正符号の左回りの渦と負符号の右回りの渦がペアで同時に発生してもよいように思われるかもしれません．しかし，渦度保存則の先には，渦度の2乗も保存されることが証明されますから，正負の渦が勝手にどんどん増える心配はありません．

さて，地球のような回転（自転）している球面の上での運動方程式から渦度の保存則を導くと，$\zeta+f$ が保存量であることが簡単に示されます．通常，ζ を「相対渦度」，$\zeta+f$ を「絶対渦度」と呼びます．

この ζ と f の足し算の式を見て，アリャリャ？と思いませんか．いや，思って貰わないと困ります．算術をフォロー出来ただけで満足してはいけません．何がアリャリャかというと，地衡風の説明のとき f は風速に比例するコリオリの力（転向力）の比例係数だったはずのものが，ここに来て突然，渦度 ζ の仲間として出現したことの驚きです．冷静になって考えると，コリオリ係数 f も渦度 ζ もディメンション（物理次元）は時間 T の逆数ですからおかしくはないのですが，それでも気象力学を初めて学ぶときのこのような新鮮な驚きは大切にして貰いたいと思います．

5．f は化ける

最初にコリオリ係数として出てきた f が突如として渦度に「化けた」理由を理解するためには，「f-平面」という概念が必要です．（f-平面については，このシリーズで木村龍治氏による解説（木村 2012）が予定されています．）

地球は文字通り球体ですが，あたかも日本列島上の天気図のような，中緯度の一点に接する平面を考えれば，その面は $\Omega\sin\theta$（Ω は地球自転の角速度，θ は緯度）で回転している平面です．この仮想的平面のことを「f-平面」と言います．その平面上での運動にはコリオリ力（その力の係数は $f=2\,\Omega\sin\theta$）が働くばかりでなく，流れの存在する「場」すなわち平面それ自体が f という強さの回転（すなわち渦度）を持っているわけです．自転する球体が持っている渦度という意味で「惑星渦度」と呼ぶこともあります．それと流れ場自体が持っている相対渦度 ζ との合計したものが慣性系から見た絶対渦度 $\zeta+f$ なのです．

純粋な力学理論の構成ならば，まず回転場（f-平面）を定義しておいて，しかる後にその面上での運動に作用する転向力（コリオリ効果）を導けば良いのでしょうが，気象学では現実的な地球上での風の吹き方（地衡風）から話を始めるため，コリオリ係数としての f が先に出てきて，渦度の概念は後まわしになります．私は嘗て，京都大学理学部三年生向きの「回転流体力学」の講義で，運動方程式のデカルト座標を角速度 Ω で回転させた座標変換からコリオリ力を導き，その応用例として地衡風を説明したことがありますが，そのような論理構成は地球科学の精神といささか違うのではないかという反省が残りました．地球科学の精神とは，「はじめに現象ありき」なのです．（因みに，この座標変換演算の経験がある人ならば，別々の項から出てきた Ω がいつの間にか足し合わされて $2\,\Omega$ になるので，ファクター2の意味に釈然としない気持がしたはずです．）

そんなことは百も承知だとおっしゃるでしょうか．しかし私は，多くの初等気象力学テキストでこの「コリオリ係数と渦度の二面性」が一切触れられていないことに疑問を感じています．（そのテキストを書いた人は本当にわかっているのだろうか，と言ったら失礼にあたるでしょうが．）

ところで，気象力学で扱う種々の公式や方程式には，様々な定数・係数が出てきます．たとえば重力加速度 g は，外部重力波速度の $\sqrt{gH}$，静力学平衡における ρg，スケールハイト RT/g 等々に顔を出しますが，どの場合も重力加速度という意味に変わりはありません．気体定数 R も同様です．ましてや，空気の比熱 C や分子量 M などに至っては変わりようがありません．

これに対し，f は上で見たようにコリオリ係数から渦度に化けました．さらに f は $\sin\theta$ に比例しますか

ら，f-平面の持つ回転成分の大きさが緯度とともに変化します．それを端的に表すのがロスビーの導いた「β効果」です．地球回転効果の緯度変化に起因するロスビー波の特性は，すでに廣田（2011b）で説明しましたからここでは繰り返しませんが，このこともまた，fが他の定数とは違って不思議な化け方をする好例です．

いままでそんな目でfのことを考えたことはなかった，と感心していただけたなら本望です．

6．渦位について

ここまでの話では簡単のため流れを2次元の非発散運動に限定してきました．しかし現実の大気は高さ方向にも変化する3次元構造を持っています．そのため，渦度も3次元に拡張して考える必要があります．

気象学教科書での渦位（Potential Vorticity）の説明は伝統的に二通りあります．（気象の事典の類ではその二つが別々に書かれている場合があるので要注意です．）

ひとつは，高さhの自由表面を持つ大気の中で渦管の伸縮から導かれる保存量としての$q=(\xi+f)/h$を渦位と定義すること．これは大規模流が山脈を越えるときに出来るロスビー波に関連して1940年にロスビーにより示されたものです．

このqの式を眺めているだけで次のような議論ができます．中緯度の西風がロッキー山脈を越えるとき，hが小さくなったぶん（qの保存からして）ξも減らざるを得ず，流れが右向き回転の傾向をもち南下する．更にある程度南下すると今度はfが減るため再びξが増えて左回り運動となり北上する．やがて山脈を越えきってしまうと再びhが増え，山の下流でもとのhになったとき西風に戻る．結局，ロッキーの西側に谷，東側に峰となるような大きな波（強制ロスビー波）が形成される，という定性的な解釈ができます．このような理解が，運動方程式の数値解などという「芸の無い」方法に頼らずとも直観的にできる楽しみを味わって下さい．ついでに言えば，上述の「定性的解釈」を今度は東風が山脈を越える場合に適用してみてください．これまた，アリャリャということになるはずです．これはロスビー波の本質である「東西方向の異方性」を理解するための良い教材ですので宿題にしておきましょう．

もうひとつは，ほぼ同じ頃（1942）にオーストリアのエルテルによって導かれた，絶対渦度と静力学的安定度の積で定義される渦位，$Q=(\xi+f)/\rho\cdot\partial\theta/\partial z$です．実はこのふたつの渦位は物理的に同じ意味を持っているのですが，表現形式が一見異なっているため，qとQの対応をキチンと説明した日本語テキストにはお目にかかったことがありません．私は気象学会理事長学術講演「クラシック気象学」（廣田 2001）のなかでそのことを指摘し，オリジナルに立ち返って学ぶことの意義を強調しました．この解説でこれ以上の詳細を語ることは無理ですが，これもお話として記憶に留めておいて，いつか本格的に勉強されることを期待しましょう．

7．渦度と渦位の有り難み

現在の現業数値予報では技術的進歩によって何でもアリのプリミティヴ方程式を大型計算機で力任せに解いていますが，初期の数値予報で使われていたバロトロピックモデルは大気力学の予測原理を理解する上で良い教材です．

2次元非発散流体では，運動および渦度が気圧に相当するただひとつの変数Φから導かれます．その中で，先に述べた「ヘルムホルツの渦定理」に基づき，初期値から出発した場の量（運動と渦度）が一義的に決定されます．誤解を怖れず簡単に言ってしまえば，今日の気圧分布を知れば明日の気圧配置（およびそれにともなう天気）が予測できるわけです．第1回の「風のいろいろ」（廣田 2011a）の中で，「風は運動量や渦度を運ぶはたらきを通して天気状況を決めている」と言ったのは，まさにこのことでした．

現実の大気は，3次元であることのみならず，水蒸気をはじめとする種々の大気成分（およびその変化を通しての熱力学過程）を含んでいますので，渦度ひとつで総てが見通せるわけではありません．しかし，近年の衛星観測に象徴される測定技術の進歩により，対流圏内のみならず成層圏も含めて，エルテルの渦位Qを精度良く見積もることが出来るようになりました．

このQの活用の好例として，最後に成層圏の物質輸送解析の話を紹介しましょう．1980年代から，いわゆるオゾンホールの問題として冬季の極域成層圏に卓越する「周極渦」の動向とオゾン分布との関連を研究することが盛んになりました．そのときの有用な「診断的道具」が保存量としての渦位です．

まず，成層圏高度で温位の等しい面（等温位面）を考えると，外部からの熱の出入りがない（断熱の）条

件下では温位の保存則から空気の移動はその面内に限られます．その等温位面上で渦位 Q の分布マップを描くと，オゾンを含む空気塊は（Q の保存則に従い）Q の等値線に沿って移動しますから，極域成層圏でのオゾンの振舞い（分布と移動）を良く知ることができます．この Q マップの実例は上記廣田（2001）をご覧下さい．現在では，オゾンのみならずいわゆる地球環境問題に関連するメタンや NOx などの大気微量組成の分布変動研究において Q は必要不可欠な道具立てになっています．

以上，素朴な蚊取り線香の渦巻きに端を発した渦の話が，現代の気象学の重要な構成要素になっていることをおわかりいただけたでしょうか．いつも同じことを言うようですが，厳密な物理法則およびその数学的演算は次の段階でしっかり勉強していただくとして，まずはこの解説を通して直観的に自然を捉えることの面白さ重要性を感じ取っていただけたなら幸いです．

参 考 文 献

廣田　勇，2001：クラシック気象学―大気力学の発展に見る温故知新．天気，48，5-10．

廣田　勇，2011a：風のいろいろ．天気，58，447-451．

廣田　勇，2011b：波のいろいろ．天気，58，743-746．

木村龍治，2012：オイラーの円板．天気，59，印刷予定．