DNS

飯 塚 　 悟*

DNS（Direct Numerical Simulation：直接数値シミュレーション）は，最も理想的な乱流の数値シミュレーション手法である．乱流を記述する支配方程式（等温場であれば，①流体の質量保存則を表す「連続式」と②流体の運動量保存則を表す「Navier-Stokes方程式」）を，その名のとおり，そのまま直接数値的に解く手法である．ここで，「直接数値的」という言葉は2つの意味を含む．「直接」というのは，パラメタリゼーション（モデル近似）なしに支配方程式を解くという意味で，「数値的」というのは，モデル近似はなしといえども，離散化近似は導入するという意味である．乱流の支配方程式となるNavier-Stokes方程式は，数学の未解決難問の1つで（例えば，アメリカ・クレイ数学研究所のミレニアム懸賞問題の1つにもなっている），一般に解析解を求めることはできない．したがって，モデル近似がないといっても支配方程式（偏微分方程式）を数値的に近似する離散化近似は必要であり，その近似誤差は含まれる．しかし，離散化近似に伴う誤差が大きくなりすぎてしまうと，モデル近似を導入しない意味がなくなってしまうので，DNSでは通常，離散化手法としてスペクトル法や高次精度差分法が用いられている．

離散化近似に伴う誤差は含まれてしまうが，乱流を「直接」解くというからにはそれ以外の誤差は避けなければならない．そのためには，解析対象とする乱流に含まれる様々な渦を「全て」正しく捉える必要がある．煙突からの煙やタバコの煙は図らずも乱流の可視化の良い事例となっているが，それらを良く観察すると分かるように，乱流には大小様々な大きさの渦が混在している．それらの様々な渦を全て直接解くのがDNSである．つまり，DNSでは，解析対象とする乱流に含まれる最大規模の渦を捉えられる十分な広さの解析領域が必要となり，また，その乱流に含まれる最小規模の渦（分子粘性により熱へと散逸するスケールの渦）を捉えられる十分に細かい解析格子も必要となる．実際現象では，乱流が持つエネルギーの散逸の多くは，最小規模の渦よりも1桁程度大きなスケールで行われている（例えば，黒田 1995；梶島 1999）とし，DNSは必ずしも最小規模の渦を解像できるほど十分に細かい解析格子を用いているわけではないという考え方もあるが（梶島（1999）によれば，DNSの実状は「物理モデルを用いない格子解像度までの高精度計算」），ここでは混乱を避けるため，最大・最小を含め，全ての渦を直接解像できる乱流の数値シミュレーション手法をDNSと呼ぶ．

DNSの解析領域の設定基準となる最大規模の渦の大きさは，解析対象によって直感的にも推定できるかもしれないが，より正確には乱れの2点相関係数からチェックすることができる（黒田 1995）．つまり，解析領域内で乱れの2点相関係数が十分に減衰していれば，DNSとして適切な解析領域が確保できていることになる．一方，DNSで必要となる解析格子数は最小規模の渦の大きさから決まる（飯塚・近藤（2008）も参照されたい）．その最小規模はKolmogorovのマイクロスケール（η［m］と表記）と呼ばれるが，次元解析から以下のように与えられる．

$$\eta=\left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}=\left(\frac{\nu^3 L}{U^3}\right)^{1/4}$$

ここで，ν［m²/s］は分子動粘性係数，ε［m²/s³］は粘性散逸率，U［m/s］は代表速度，L［m］は代表長さである．したがって，解析領域1方向の大きさを

* Satoru IIZUKA，名古屋大学大学院環境学研究科．
s.iizuka@nagoya-u.jp

$\approx L$ とすると，Kolmogorov のマイクロスケール η を解像するために必要な解析格子数 N は概算で

$$N=\left[O\left(\frac{L}{\eta}\right)\right]^3=\left[O\left(\frac{UL}{\nu}\right)^{3/4}\right]^3=O(\mathrm{Re})^{9/4}$$

となる（吉澤 1988）．ここで，Re は Reynolds 数（$=UL/\nu$）である．その概算式によれば，DNS で必要な解析格子数は Reynolds 数が大きくなるほど増大する．特に，高 Reynolds 数の乱流に対して必要な解析格子数は膨大（$\mathrm{Re}=10^6$の大気乱流では10兆以上のオーダーの解析格子数が必要）となり，そのような膨大な計算負荷が見込まれる DNS を実行することは，現在の最高性能のスーパーコンピュータを以てしても不可能と言わざるを得ない．そのため，高 Reynolds 数の乱流に対しては DNS の適用を諦め，平均化あるいは粗視化を施した乱流を解く RANS（Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations）モデルや LES（Large-Eddy Simulation）を用いることが一般的であるが，これらの手法の概要については，梶島（1999），飯塚・近藤（2008），中西（2009）などを参照されたい．

DNS では多大な計算負荷が大きな問題となるが，もう1つの大きな問題として，初期値・境界値の設定がある．DNS で必要となる細かい格子解像度の初期値データや境界値データの準備が極めて困難であることは想像に難くないであろう．では，現状，DNS は全く使えないものなのであろうか？　答えは否である．比較的小さな Reynolds 数（低 Reynolds 数）の乱流を対象とし，初期値も境界値も単純な理想化実験になってしまうが，上述の RANS モデルや LES の各種パラメタリゼーションの開発・精度検証を目的としたデータベースの作成は DNS の有効利用の1つである．これまでにも機械工学分野や航空・宇宙工学分野を中心として，水平一様の平行平板間乱流（チャネル乱流）に対する数々の DNS データベースが作成され，RANS モデルや LES の各種パラメタリゼーションの開発・精度検証において大変有効に活用されている．気象学分野においても今後，（理想化実験になってしまうが）気象学に関連する乱流場を対象とした DNS データベースを作成し，気象モデルの各種パラメタリゼーションの開発・精度検証に有効に利用されていくことが期待される．

参 考 文 献

飯塚　悟，近藤裕昭，2008：LES の基礎．気象研究ノート，(219)，1-20．

梶島岳夫，1999：乱流の数値シミュレーション．養賢堂，255pp．

黒田明慈，1995：直接数値シミュレーション．乱流解析，東京大学出版会，119-136．

中西幹郎，2009：LES．天気，**56**，477-478．

吉澤　徴，1988：乱流モデル構成法．第28回生研講習会テキスト「数値乱流工学」，1-16．