〔論　文〕　　103：505（傾圧不安定波；回転水槽実験）

回転水槽実験で発生するながれの定量化と分類

舛　田　あゆみ*1・筆　保　弘　徳*2・乙　部　直　人*3

要　旨

本研究では，回転速度・水平温度差・水深の実験条件を変えた420ケースの回転水槽実験を行い，粒子画像流速測定法により水面運動を定量化した．そして，運動エネルギー（KE），平均流運動エネルギー（MKE），渦運動エネルギー（EKE），波数別のEKEを算出した．さらに，KEの中に占めるMKEと波数別のEKEの比率を示し，運動エネルギーの観点から統計的な特徴を調べた．KEに占めるMKEの割合が大きい場合は軸対称運動，それ以外の非軸対称運動を卓越波とその高調波のEKEの割合が大きい場合は規則運動，サイドバンドのEKEも大きい場合は不規則運動と定量的に分類すれば，先行研究のレジーム・ダイアグラムと概ね一致していることが認められた．

1．はじめに

1940年代に，地球規模の大気運動構造を理解することを目的に回転水槽実験（または回転円筒水槽実験）が行われ始めた．水を入れたバームクーヘン型容器の側壁を加熱・冷却しながら回転させて，流体に発生する運動を観察する．発生する運動は，地球の自転と南北温度差によって引き起こされる大気の大規模対流を模擬していると考えられる．そのため，中緯度対流圏の大規模運動，特に傾圧不安定波の理解に回転水槽実験が役立ってきた．

作業流体には，回転速度や加熱部・冷却部の温度差（以後，水平温度差と記す），水深などの実験条件にともなって多様な運動が発生する．大別して，軸対称運動と非軸対称運動に分けられる（例えば，新田 1980）．軸対称運動は，帯状流に対応している．一方，非軸対称運動は，傾圧不安定波が発生していると考えられる．非軸対称運動は規則運動と不規則運動に分けられ，規則運動は波動運動，不規則運動は乱流運動とみなされる．さらに規則運動には，定常波（steady wave）とヴァシレーション（vacillation）があり，定常波は波動の波形・振幅・波数の時間変化が小さい運動である．一方のヴァシレーションは，ほぼ決まった周期で波形や波数が時間変化する運動である．

このような回転水槽実験で発生する流体運動は，Eadyの傾圧不安定波理論の見地から議論され，定性的にはその理論を満足している（例えば，菊地ほか 1988）．そして，この水槽実験で発生する回転流体運動の特定とその物理的な関係の解明は，回転水槽実験の大気物理学への最大の貢献ともいわれている（新田 1980）．Merilees（1968）は，水槽内で発生する波動の軸対称流から非軸対称流への遷移する境界は，上記の実験条件の他に，水槽の幅や流体の粘性によっても変動することを指摘している．水槽の大きさと縦横比による回転流体熱循環への影響については，Douglas and Mason（1973）が調べている．

どのような実験条件で水面の流れのパターンが決まるかは，これまでの実験結果から作成されたレジー

*1 横浜国立大学大学院教育学研究科（現：株式会社船井総研ホールディングス）．

*2（連絡責任著者）横浜国立大学教育人間科学部，〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台79-2．fude@ynu.ac.jp

*3 福岡大学理学部．

―2014年12月1日受領―

―2015年7月8日受理―

ム・ダイアグラムを用いて表現される（Fowlis and Hide 1965）．レジーム・ダイアグラムは，縦軸が熱ロスビー数 θ，横軸がテイラー数 Ta をとっている．熱ロスビー数は，水平温度差に対応する密度差に比例し，回転速度の2乗と実験槽の幅の2乗に反比例する無次元数である．テイラー数は，回転速度の2乗と実験槽の幅の5乗に比例し，流体の動粘性係数の2乗と深さに反比例する無次元数である．それらの実験条件で決まるレジーム・ダイアグラム上の分布から，発生する流体水面の運動パターンが把握できる．

以上のように，回転水槽実験の水面のながれに対する理解が深まり，研究は次第に回転流体運動の内部構造を理解するため，鉛直方向の熱的・力学的研究へ進展した（例えば，瓜生 1973；Matsuwo *et al*. 1976，1977；Niino 1978；守田 1980；Niino and Misawa 1984；Tamaki and Ukaji 1985，1986；Tajima *et al*. 1995，1999，2005）．また，科学技術の進展に伴い，コンピュータによる解析が進歩し，回転水槽実験は数値シミュレーションと組み合わせて発生する現象が解析されるようになった（例えば，Ukaji and Tamaki 1989，1994；Sugata and Yoden 1994）．

上記のような回転水槽を用いた研究の進展に伴い，装置は多くの点で改良が施され，より安定的で再現性の高い結果を得ることができるようになった．しかし，回転する水槽中の流体運動を正確に測定することは難しく，これまでの多くの研究では，発生する波動の同定を目視や画像からの観察で行っている．例えばレジーム・ダイアグラムも，実験結果のながれのパターンを目視で同定して，主観的に分類して作成されたものである．

筆保ほか（2014）は，粒子画像流速測定法（Particle Image Velocimetry，PIV）を用いて，ながれに乗って移動する微粒子の運動から回転水槽実験で発生した水面全体の運動の速度場を検出し，さらに，軸対称・非軸対称成分の運動エネルギーを算出することで，発生する運動パターンを定量的に同定する手法を考案した．そこで本研究では，水平温度差・回転速度・水深の3つの実験条件を変えた回転水槽実験を420ケース行い，すべての実験結果に筆保ほか（2014）の手法を適用した．そして，全ての実験で得られた水面運動を統計的に把握し，定量的な定義を設けて，客観的に回転流体の水面運動パターンを分類することを目的とする．

2．実験・解析方法

2.1　実験装置と実験方法

本研究の回転水槽実験には，横浜国立大学に設置された二重回転水槽装置を用いた．水槽は3層となっていて，一番内側の水槽（内側槽）は半径20 mm の円筒，中央（実験槽）と一番外側（外側槽）は同心円のバームクーヘン型の水槽になっている．実験槽の半径方向の幅は66 mm であり，内側槽と実験槽の間は3 mm の厚さを持つ真鍮製の壁で，実験槽と外側槽との間は4 mm の厚さを持つガラス製の壁で仕切られている．外側槽には熱線とサーミスタ温度計とポンプが設置され，水を循環させながら実験条件の設定値に自動制御で温める仕組みになっている．一方，内側槽には，恒温水循環装置（タイテック社製 CH-402BF）により実験条件にまで冷却した水が，円盤の回転軸の中央を通って内側槽に流れ込むようになっている．実験槽には，トレーサーとして平均サイズ30 μm のアルミ粉末（大和金属製粉工業製 No.1112）を浮かべて，水面で起きている運動を追跡する．実験槽の上部には，高感度カメラ（日立電子社製 KP-C571）を設置し，下向きに水面を撮影した．実験槽の詳細は筆保ほか（2014）に記している．

本研究で行った実験の手順は以下の通りである．はじめに，外側槽に実験条件の水深よりも1 cm 高い深さまで水を入れて加熱する．一方，内側槽も恒温水循環装置により冷却した水を循環させる．外側槽・内側槽ともに常に温度や回転速度を測定して調節しており，実験条件が常に満たされていることを確認している．実験槽に，実験条件に合わせた水深まで水を入れ，作業流体の表面にアルミ粉末を散布する．映像キャプチャソフト（grass valley 社製ノンリニアビデオ編集ソフト EDIUS6）により，装置に設置してある高感度カメラからの映像をパソコンに記録させる．ここまでが実験開始前の準備である．

実験準備が完了したら，水平温度差を固定したまま，水槽を回転させる．実験開始を，回転開始した時間と定義する．水槽の回転速度は，実験条件の設定値まで数秒で到達する．スピンアップ期間には，およそ5～10分程度を要する．スピンアップ期間後，水面では実験条件に対応したそれぞれの運動パターンが発生している様子を約15～30分間観察する．それ以上の時間で実験を観測しても，水面運動に大きな変化がないことを確認している．これまで様々な実験手順を試しているが，本研究では，時間の区切りが明確な以上の

やり方に統一した．

実験設定は，水平温度差 5 –35℃（ 5 ℃間隔），回転速度 1 –12 rpm（ 1 rpm 間隔），水深 2 –10 cm（ 2 cm 間隔）とし，420ケースの回転水槽実験を行った．

2.2　水面運動の定量化

記録された画像は，フローテック・リサーチ社製 Ftr–PIV 3 を用いて，PIV により粒子の移動を測定した．PIV とは，短時間間隔で撮影した 2 枚の画像の輝度差から，粒子群の瞬時の動きを流体速度として検出する手法のことである．PIV はおよそ30年にわたる技術開発の歴史があるが，今もなお開発が進んでいる技術であり，本研究では最新の PIV を用いる．最新の PIV は，過去の PIV と比べると解析精度に優れる直接相互相関法を用いており，インテル系 CPU の相関計算機能を直接駆動する並列計算による高速化が図られている．本研究の実験では，高感度カメラで撮影された動画を0.33秒間隔で画像に分解し，その画像を PIV 解析し運動場を算出した．この実験において PIV により算出される速度の水平解像度は1.9 mm，速度の精度は約0.1 $\mathrm{mms^{-1}}$である（詳細は筆保ほか 2014)．

本研究で用いた二重回転水槽装置は，水槽が設置されている内側の円盤と，カメラが設置されている外側の円盤という， 2 つの回転円盤を持っていて，それぞれ独立して回転する．本研究の実験では，制御装置により，内側と外側の回転を完全に同期させて回転している．しかし，いくつかの実験では，制御装置の精度上の問題で±0.2 rpm 以内の回転差があった．その差は測定可能であったので，完全に同期していない場合の実験では，PIV で算出した速度場に， 2 つの回転円盤で生じた回転差を接線方向の速度として加算する補正を行っている．

2.3　運動エネルギー量の算出

筆保ほか（2014）は，PIV で得られた水面の速度場から，運動エネルギー（KE）を以下の式(1)で算出した．

$$\mathrm{KE}=\frac{1}{2}(u^2+v^2) \tag{1}$$

式(1)の u は円筒座標系の接線方向の速度，v は動径方向の速度である．また KE は，軸対称成分の運動から算出した平均流運動エネルギー（MKE）と，非軸対称成分の運動から算出した渦運動エネルギー（EKE）に分解した．

$$\mathrm{MKE}=\frac{1}{2}(\overline{u}^2+\overline{v}^2) \tag{2}$$

$$\mathrm{EKE}=\frac{1}{2}(\acute{u}^2+\acute{v}^2) \tag{3}$$

式(2)の上付きバーがそれぞれの運動の軸対称成分，式(3)のプライムが非軸対称成分である．EKE は，接線方向に平均したものを代表の値として扱う．この MKE と EKE の和が，ほぼ KE になることを確認している．

さらに，非軸対称成分の運動を，フーリエ解析を用いて接線方向で波数分解を行った．例えば非軸対称成分の接線方向の運動を波数分解すると，

$$u'=\acute{u}_{\lambda=1}+\acute{u}_{\lambda=2}+\acute{u}_{\lambda=3}+\cdots \tag{4}$$

と表される．式(4)の λ は波数を指す．この波数別の非軸対称成分から，波数別 EKE が算出される．例えば，波数 3 の非軸対称成分から求まる運動エネルギー量 EKE3は，

$$\mathrm{EKE3}=\frac{1}{2}(\acute{u}_{\lambda=3}{}^2+\acute{v}_{\lambda=3}{}^2) \tag{5}$$

となる．EKE1から EKE9まで計算し，EKE からの残差を EKE10以上の高次波 EKE とする．

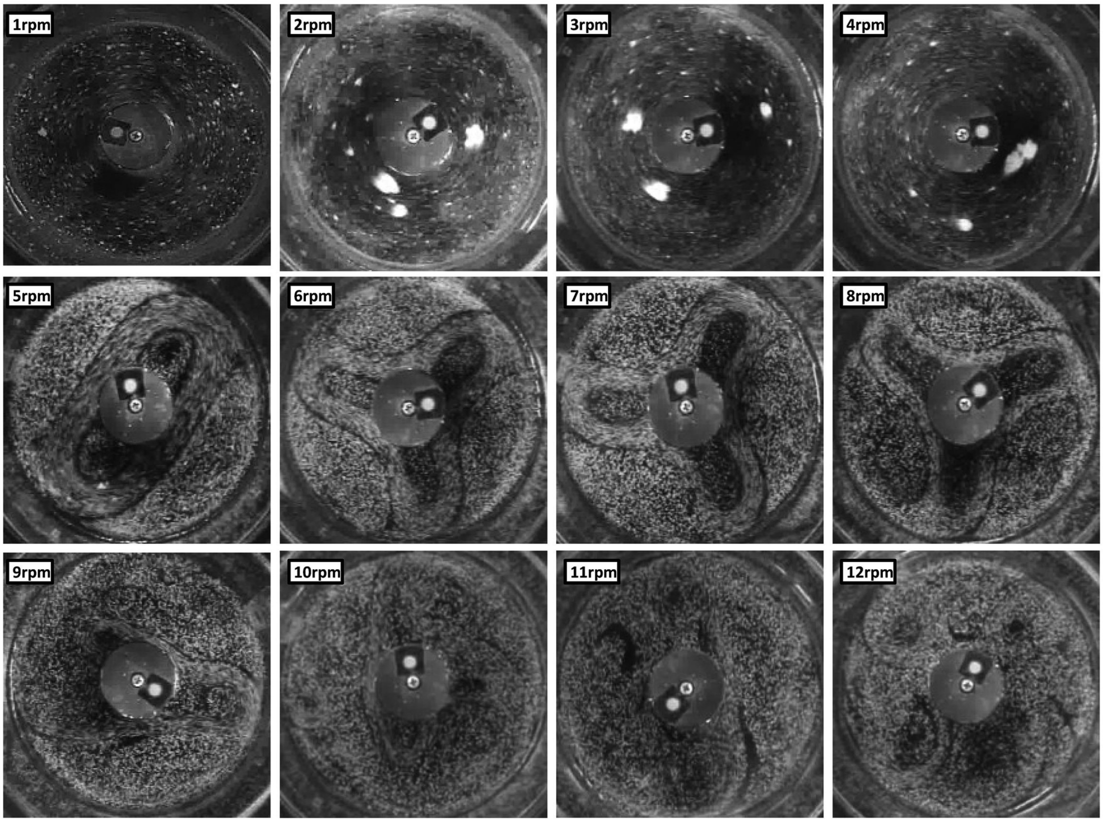
3．事例解析の結果

統計解析の結果を示す前に，いくつかの事例の速度場や運動エネルギーの結果を報告する．

3.1　流速分布

第 1 図は水深 4 cm，水平温度差20℃の実験で，回転速度 1 rpm（ 1 分間に回転する回数を示す単位）実験から12 rpm 実験までの高感度カメラで撮影された画像である．過去の研究のように目視で観察すると，波動が発生していない実験や，比較的規則的な定常波が発生した実験，複雑な波動が発生している実験が確認できる．本研究での目的は，それらの運動パターンの分類を定量的に行うことであるが，まず，これらの実験の中から代表して 2 rpm 実験， 6 rpm 実験，11 rpm 実験を例とし，PIV の結果を示す．

第 2 図は， 2 rpm 実験（a，b)， 6 rpm 実験（c，d)，11 rpm 実験（e，f）の PIV による実験開始11分後の流線（a，c，e）と流速分布（b，d，f）である． 2 rpm 実験では流線の蛇行がなく，円周運動が持続している．速度は，実験槽の中央付近で約9.0 $\mathrm{mms^{-1}}$と最大値をとり，実験槽内側で約0.5 $\mathrm{mms^{-1}}$，外側で約5.3 $\mathrm{mms^{-1}}$である．一方 6 rpm 実験は，波数 3 の波



第1図　高感度カメラで撮影された水面の画像．実験条件は水深 4 cm，水平温度差20°C，回転速度 1 rpm〜12 rpm．1段目左から 1〜4 rpm 実験，2段目左から 5〜8 rpm 実験，3段目左から 9〜12 rpm 実験．

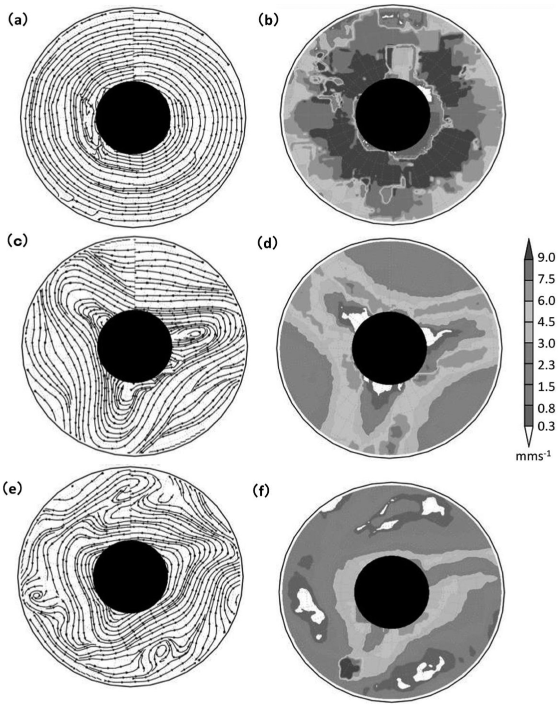
動運動が発生し，一定に持続していた．流線は規則的に蛇行し，速度はその波形領域で最大となり，約7.5 mms^{-1}である．11 rpm 実験は，目視では波数を同定できない複雑な運動が発生した実験である．流線は規則性のない蛇行を示し，速度の分布は中央で速くなっている．

第3図は，6 rpm 実験の水槽から見た相対渦度の分布から得られるホフメラー図である．実験槽の中央付近である内側槽の壁から半径22-44 mm で平均した相対渦度の値を使用している．本研究では，この半径の幅で平均した量をその実験の代表値として用いている．第3図の結果から，正渦度域が水槽の回転方向にほぼ同じ速度で進んでいることがわかる．つまり，波数3の定常波の位相は，水槽の回転よりもさらに速く動いている．この相対渦度の時間変化から，時間方向にフーリエ解析を行った結果，波数3の位相角速度は約$8.4\times10^{-2}$$rads^{-1}$であった．2 rpm 実験や11 rpm 実験では，このような一定した位相速度は得られなかった．ここでは正負の差が顕著な相対渦度で示しているが，それ以外の量でホフメラー図やフーリエ解析を行っても，位相速度の算出には同じ結果を得ている．

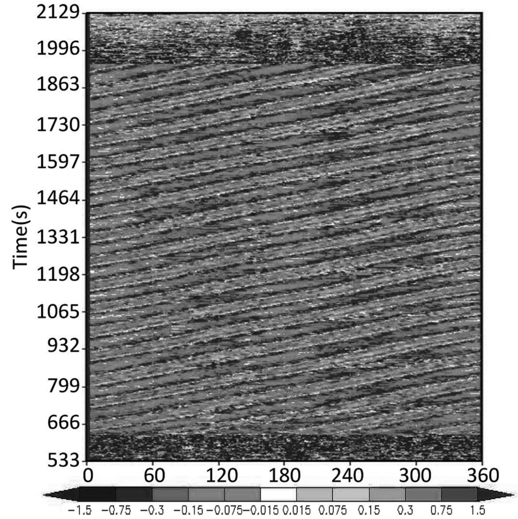
3.2　運動エネルギーの時間変動

第4図は，半径22-44 mm で円周方向に平均した各運動エネルギーの時間変化を示している．全ての時間変化に数秒の短い周期の変動が確認できるが，これは円周運動をする流れをデカルト座標系で PIV 解析をする際に生じる解析誤差であり，運動の本質を表したものではない（筆保ほか 2014）．

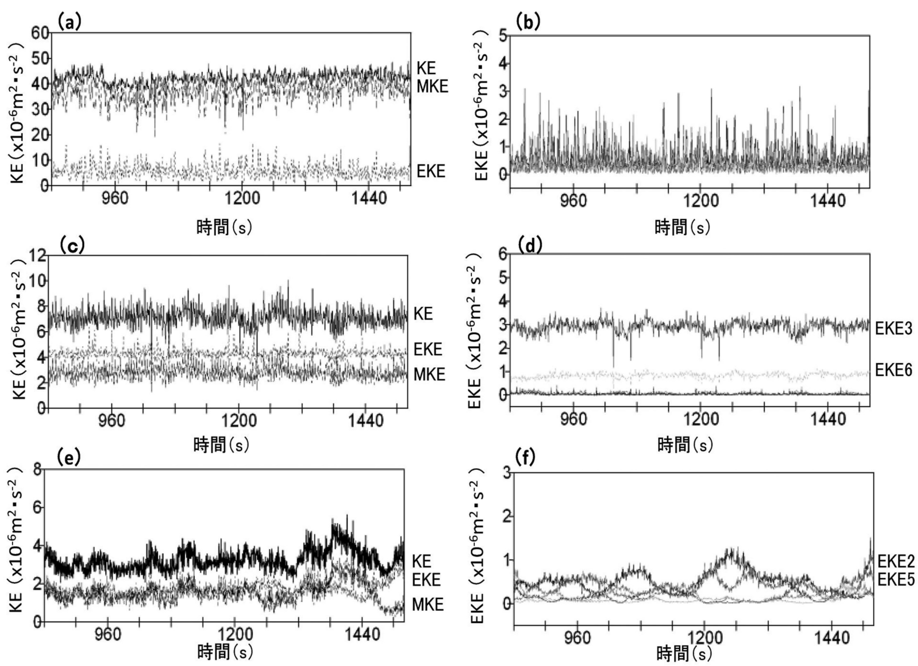
第4図 a，c，e は，全運動エネルギーKE，平均流運動エネルギーMKE，渦運動エネルギーEKE の時間変化である．2 rpm 実験では（a），KE が約$40.0\times10^{-6}m^2s^{-2}$，MKE が約$35.0\times10^{-6}m^2s^{-2}$，EKE が約$5.0\times10^{-6}m^2s^{-2}$であり，MKE が EKE に比べて約1桁大きい．6 rpm 実験では（c），KE が約$7.0\times10^{-6}m^2s^{-2}$，MKE が約$2.8\times10^{-6}m^2s^{-2}$，EKE が約$4.2\times10^{-6}m^2s^{-2}$で，EKE の方が MKE よりも大きい．11



第 2 図　(a) (c) (e) PIV 解析による実験開始11分後の流線と (b) (d) (f) 流速の分布図．水深 4 cm，水平温度差20°C，(a) (b) 2 rpm 実験，(c) (d) 6 rpm 実験，(e) (f) 11 rpm 実験．



第 3 図　水深 4 cm，水平温度差20°C，回転速度 6 rpm 実験の内側槽の壁から半径22–44 mm で平均した相対渦度のホフメラー図．



第 4 図　内側槽の壁から半径22–44 mm で平均した (a) (c) (e) KE，MKE，EKE の時間変化と，(b) (d) (f) 波数別 EKE の時間変化．水深 4 cm，水平温度差20°C，(a) (b) 2 rpm 実験，(c) (d) 6 rpm 実験，(e) (f) 11 rpm 実験．

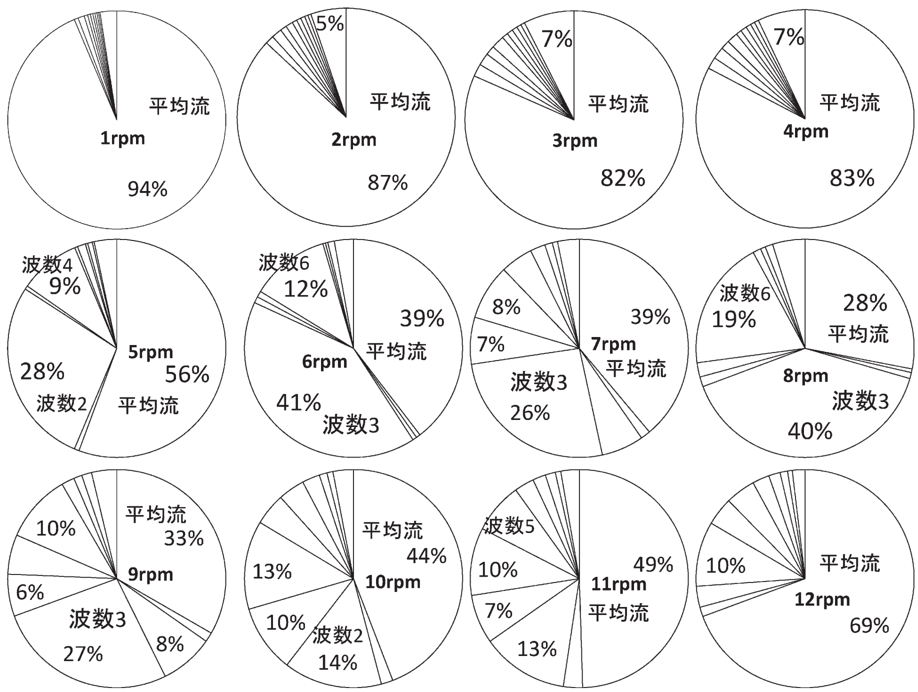
rpm 実験は（c），6 rpm 実験や 2 rpm 実験と比較するとわずかに時間変化がみられるが，KE が約$3.4\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$，MKE が約$1.7\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$，EKE が約$1.7\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$で概ね一定である．

第 4 図 b，d，f は，それぞれの実験の波数別 EKE の時間変化である．6 rpm 実験を見ると（d），EKE3が約$3.0\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$で最も大きく，次いで EKE6が約$0.7\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$で大きい．それぞれのエネルギーの時間変化は小さい．2 rpm 実験では（b），6 rpm 実験とは異なり，卓越する EKE は見られず，エネルギー量は$1.0\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$以下で，非常に小さい．11 rpm 実験は（f），6 rpm 実験と比べて値は小さいが，各波数の EKE は時間変化し，時間によって卓越する波数別 EKE は異なっている．実験開始17分後から18分過ぎにかけては EKE2が約$0.7\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$で卓越し，19分ごろには卓越する波数別 EKE は見られなくなる．しかし，再び20分後から EKE2が卓越し始め，21分後に約$1.0\times10^{-6}\mathrm{m^2s^{-2}}$で最大値をとっている．EKE4や EKE5も大きくなっている．このように，波数別 EKE は不規則に時間変化している．

3.3　時間平均運動エネルギー比率

前述の結果より，各実験で確認される KE，MKE，EKE の時間変動は，それぞれの実験で得られるエネルギーの時間平均値のばらつきと比べると，大きくない．そこで本研究は，レジーム・ダイアグラムを用いた運動状態の議論を考慮し，時間平均した運動エネルギー量の割合について解析を行う．平均する時間は，その実験の全体の推移をとらえている実験開始15分後からおよそ10分間の時間平均の値を用いる．

第 5 図の円グラフは，各エネルギーの KE に占める割合を表している．1 rpm 実験から 4 rpm 実験では共通して MKE が80％以上と卓越しているが，実験設定の回転速度が変わることにより，MKE と EKE の割合が変化する．5 rpm 実験では EKE の最も大きい波数は 2，次いで 4 である．一方，6 rpm 実験と 8 rpm 実験では卓越波は波数 3，次いで 6 となっている．解析の結果，7 rpm 実験を除く 5 rpm 実験から 8 rpm 実験で支配的な波数は，卓越波（波数 M）とその高調波（2 M）であることが定量的に検出された．また，それらの実験では，サイドバンド（波数



第 5 図　第 1 図で示した実験の時間平均した各運動エネルギー量を，全 KE の中での割合で示した円グラフ．円グラフの真上から時計回りに MKE，波数 1 ～ 9 EKE と高次波 EKE の占める割合を示す．

$M\pm1$）のEKEと長波（波数1）のEKEは無視できるほどに小さい点が共通している．この結果は，Tamaki and Ukaji（1985）で報告されたヴァシレーション状態下にある帯状平均温度場の傾向と一致していた．

このような卓越波のEKEと高調波のEKEが他のEKEと比べて大きい傾向は，9 rpm以降の実験では変わり，卓越したEKEが見られなくなる．例えば10 rpm実験では，EKE2が14％，EKE3が10％，EKE4が13％を占め，それぞれ隣り合うEKEの割合も大きい．目視で複雑に見える運動は，定量的に特定の卓越する波数エネルギーが存在しないことが示された．このように，PIVやエネルギーを用いて水面の運動を定量化することにより，目視では同定することのできないサイドバンドの存在量や割合を検出することが可能となる．

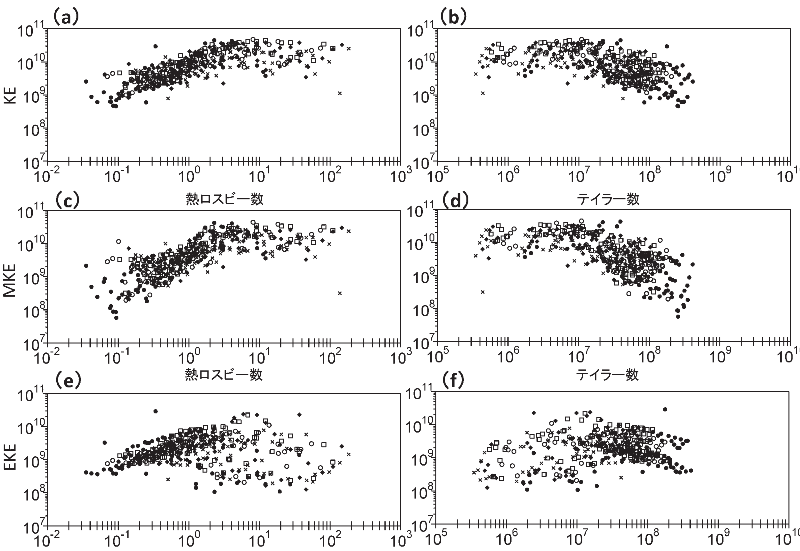
4．運動エネルギーを用いた統計解析

本研究では，420ケースの回転水槽実験を行い，それぞれに前章の解析を施し，統計的な傾向を調べた．

第6図は，無次元パラメータである熱ロスビー数とテイラー数を用いて，全解析結果の時間平均KE・MKE・EKEを示した図である．各エネルギーには，水の粘性係数と水槽の幅を用いて無次元化している．無次元化したKEとMKEは（第6図a，c），熱ロスビー数が約10^0～10^1以下の場合に，熱ロスビー数が大きくなることにともない統計的に増加する傾向が確認できる．熱ロスビー数が回転の効果に対する流れの強さを表している指標であることを考えれば，境界が10^0程度であるということは，通常のロスビー数と同様の意味を持つ指標であることを意味している．一方，無次元化したEKEは（第6図e），全体的にばらつきが大きいものの，熱ロスビー数が10^0～10^1付近で大きい傾向がある．実験設定の深さを変えた実験で比較すると，KEとMKEに顕著な違いはないが，EKEは深さ2 cm～4 cmの浅い設定と10 cmで小さい傾向にある．

第6図は，テイラー数に対応する時間平均KE（b）・MKE（d）・EKE（f）である．KEとMKEは（第6図b，d），ばらつきは大きいが，テイラー数が約10^7以上の場合に減少する傾向が確認できる．一方，EKEは（第6図f），10^7～10^8付近で大きい傾向がある．実験設定の深さで比べても，それぞれのエネルギーの間で大きな差は確認できなかった．

第7図は，熱ロスビー数とテイラー数に対する，時間平均したKEのなかのMKEが占める割合（a，b），卓越波（波数M）のEKE割合（c，d），卓越波のとなりのサイドバンド（波数$M\pm1$）（e，f）のEKE割合を表した散布図である．サイドバンドは，卓越波の両側にあるうちの，割合が大きい方を選んでいる．第7図aによると，熱ロスビー数が増加するに伴って，KEに占めるMKEの割合も増加している．その傾向は，熱ロスビー数10^0以下の領域ではほぼ全て80％以下であるのに対し，熱ロスビー数10^0以



第6図　無次元パラメータである熱ロスビー数とテイラー数を用いて全解析結果の時間平均(a)(b)KE，(c)(d)MKE，(e)(f)EKEを示した散布図．エネルギーは，水の粘性係数の2乗と水槽の幅の2乗の比で割ることで，無次元数としている．(a)(c)(e)は熱ロスビー数，(b)(d)(f)はテイラー数に対応する．●：2 cm，○：4 cm，□：6 cm，◆：8 cm，×：10 cm．

上の領域では，多くの実験が80％以上を超えるようになる．一方，テイラー数が大きいほど，MKE の占める割合が減少する（第７図 b）．

卓越波の EKE は（第７図 c，d），熱ロスビー数が 10^{-1}〜10^{0}で，テイラー数が10^{7}〜10^{8}で大きくなる．熱ロスビー数10^{1}以上やテイラー数が10^{7}以下の領域では，KE に占める卓越波の EKE の割合はほぼ10％以下となることが示された．サイドバンドの EKE 割合の傾向では（第７図 e，f），熱ロスビー数10^{1}以上の領域，またはテイラー数10^{7}以下の領域で，ほとんどの実験結果が５％以下の値となっている．

５．考察

5.1　回転流体運動の定量的な分類

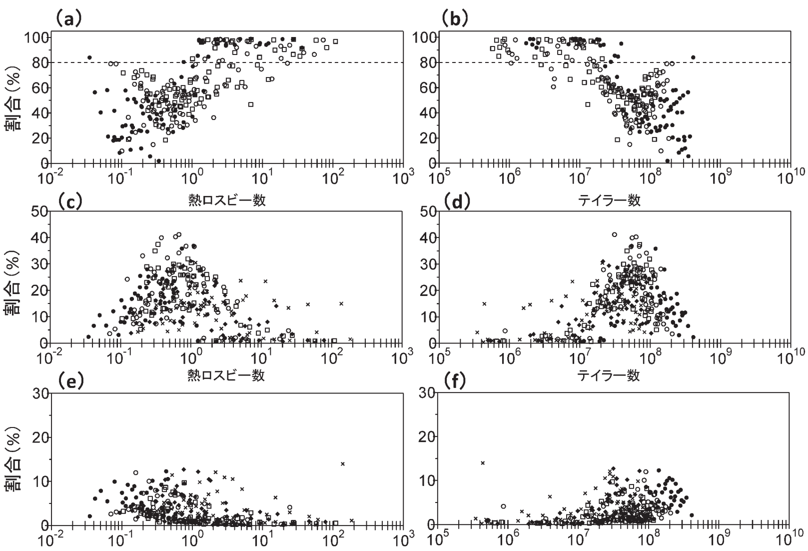
これまでの結果で示したように，時間平均した全 KE のなかでの MKE や波数別 EKE の割合は，その水面のながれのパターンを特徴づけるのに有効である．

そこで本研究は，前述した統計的特徴を基にして，運動エネルギー比率の解析を用いた以下のような定量的定義を設けた．

- 軸対称運動：KE に占める MKE が80％以上．
- 非軸対称運動で規則運動：KE に占める EKE が20％以上で，最も大きい EKE を卓越波数とすると，そのサイドバンドの EKE が５％未満．
- 非軸対称運動で不規則運動：KE に占める EKE が20％以上で，卓越波数のサイドバンドの EKE が５％以上．

この定量的定義により，本研究で行った実験結果を客観的に分類することができた．全実験420ケースのうち，軸対称運動が109ケース，規則運動が184ケース，不規則運動が127ケースとなった．この分類結果より，本研究で行った実験条件の領域であれば，規則運動が最も多く，次に不規則運動，そして軸対称運動の順で多かった．

実験条件ごとに分類した結果を見ると，第１表のようにまとめられる．第１表を見ると，水深の変化に関わらず，回転速度が増加するにつれて，軸対称運動，規則運動，不規則運動と運動パターンが変化する．軸対称運動と規則運動，規則運動の波数２（第１表の②）と波数３（③）の間に不規則運動が見られる．これは，卓越波数が変わるような運動状態の遷移領域で発生した揺らぎのある運動を，本研究の定義では，顕著な卓越波のない不規則運動と同定したためと考えられる．そのため，波数３（③）より回転速度の大きな条件下で発生した乱流的な不規則運動（△）とは性質の異なる運動とも考えられるが，その分類は今後の課題として，本研究ではまとめて不規則運動と定義した．



第７図　(a)(b)時間平均した KE のなかの MKE が占める割合，(c)(d)EKE のなかでも卓越波（波数 M）の EKE 割合，(e)(f)卓越波のとなりのサイドバンド（波数 $M \pm 1$）の EKE 割合を表した散布図である．(a)(c)(e)は熱ロスビー数，(b)(d)(f)はテイラー数に対応する．

5.2　レジーム・ダイアグラムとの対応

第８図は菊地ほか（1988）のレジーム・ダイアグラム上に，本研究で定量的に解析した実験結果のプロットを重ねた図である．第８図は，図の左上から右下に向かって，運動状態が軸対称運動，規則運動，不規則運動へとおおまかに遷移している．これは先行研究で報告されたレジーム・ダイアグラムの傾向と一致している．第８図の各プロットを比較する

と，軸対称運動と非軸対称運動の遷移領域がおおむね一致していることが分かる．しかし，規則運動のプロットと不規則運動のプロットが重なり，非軸対称運動領域の中で，規則運動と不規則運動がほぼ同じ領域に分布している結果となった．これは，第１表を見ると分かるが，波動パターンの遷移領域（波数が２から３に移り変わるヒステリシス領域）で発生した複雑な運動を不規則運動に分類したことが原因の１つだと考えられる．また，先行研究と整合性が高い実験は，水深が２，４，６cm，水平温度差５，10，15°Cの実験であった（図なし）．実験条件において水深が８cm以上，水平温度差が20°C以上になると，先行研究のダイアグラムと整合性が悪くなる．回転速度による整合性の違いは見られなかった．

5.3　波動の位相速度

第３図のホフメラー図で示したように，規則運動が発生している実験では，波動の波形をほぼ変えずにある一定の位相速度をもって実験の回転方向に移動している．同様の解析を，分類された規則運動の実験に対して行い，位相角速度を算出した．すると，波動の位相角速度は，約1.0×10^{-2}～21.0×10^{-2} $rads^{-1}$となった．

第９図は，その規則運動の位相角速度を熱ロスビー数とテイラー数を用いて示した散布図である．位相角

第１表　実験条件ごとに運動パターンを示した図表．縦軸が水平温度差，横軸が回転速度で，左側上から２cm，４cm，６cm，右側上から８cm，10cm の水深である．×は軸対称運動．○は規則運動，中の数字は卓越波数．△は不規則運動．

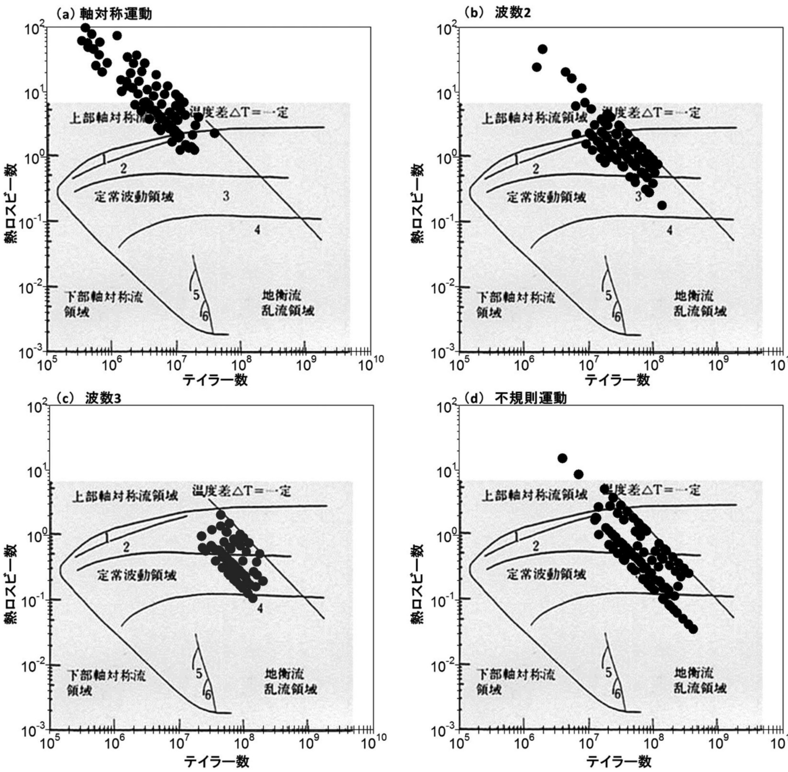
35	×	×	×	×	②	③	③	△	△	△	△	△
30	×	×	×	②	③	③	△	△	△	△	△	△
25	×	×	×	②	③	△	③	③	③	③	△	△
20	×	×	×	△	③	③	③	③	△	△	△	△
15	×	×	×	△	③	△	③	②	△	△	△	△
10	×	×	②	③	③	△	△	△	△	△	△	△
5	×	×	③	③	△	△	△	△	△	△	△	△
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

35	×	×	②	×	×	②	②	②	△	②	△	②
30	×	×	×	②	×	②	②	△	②	△	②	△
25	×	×	×	×	②	②	②	②	②	②	③	②
20	×	×	×	×	×	②	②	△	△	②	②	③
15	×	×	×	×	△	②	△	②	③	③	△	②
10	×	×	×	②	②	△	△	△	③	△	△	③
5	×	×	②	②	②	③	△	△	③	△	③	△
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

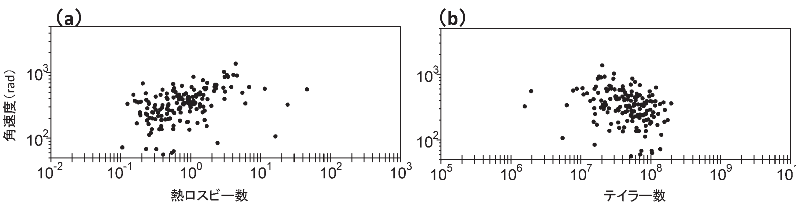
35	×	×	×	②	②	③	③	△	③	△	△	③
30	×	△	×	②	②	②	③	③	③	③	△	③
25	×	△	×	②	②	②	②	③	②	②	△	③
20	×	×	×	×	②	③	△	③	△	△	△	③
15	△	△	×	×	②	△	③	③	②	③	④	③
10	×	×	②	△	△	③	③	③	③	△	△	△
5	×	×	②	③	△	△	③	△	③	△	△	△
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

35	×	②	②	②	△	△	△	△	△	△	△	△
30	△	×	△	△	②	②	△	△	②	③	△	△
25	×	②	×	②	×	△	②	②	③	②	②	△
20	×	×	×	×	△	△	②	③	△	③	△	△
15	×	×	×	×	②	②	②	②	②	③	②	△
10	×	×	×	×	△	△	△	②	△	△	③	③
5	×	×	×	②	△	△	△	③	③	③	△	△
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

35	×	×	×	×	②	②	②	②	②	②	②	②
30	×	×	×	×	②	②	②	②	②	②	②	②
25	×	×	×	②	②	②	②	②	②	②	②	△
20	×	×	×	×	×	②	②	△	③	③	③	③
15	×	△	△	×	×	②	②	△	△	③	③	③
10	×	×	×	②	②	△	③	③	③	③	③	△
5	×	×	×	②	△	△	③	③	③	③	③	③
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



第８図　菊地ほか（1988）のレジーム・ダイアグラム上に，本研究で定量的に解析した実験結果をプロットして重ねた図である．(a)軸対称運動，(b)規則運動の波数２，(c)規則運動の波数３，(d)不規則運動．



第９図　規則運動の位相角速度を(a)熱ロスビー数と(b)テイラー数を用いて示した散布図．位相角速度は，水の粘性係数と水槽の幅の２乗の比で割ることで，無次元数としている．

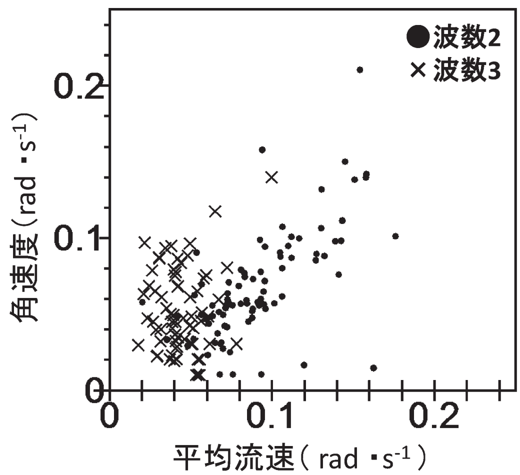
速度は，水の粘性係数や水槽の幅で無次元化した角速度を用いている．位相角速度は，ばらつきが大きいが，熱ロスビー数が増加すると増加し，テイラー数が減少すると減少する傾向が見られた．

Eady の傾圧不安定理論によると，傾圧不安定波の位相速度は平均場の流速と関係がある．第10図は，実験槽の中央付近である22-44 mm の半径で平均した流速と，波動の位相角速度の散布図である．第10図では，無次元化していない位相角速度を用いている．規則運動全ての結果を見ると，両者の関係性は小さい．しかし，卓越波数２と３の実験で分けて見ると，位相速度が大きい波数２には正の相関が見られた（相関係数0.41）．切片を０とした近似線の傾きは0.73である．線形論で予測される傾きは0.5であるが，線形論も様々な仮定があり，実際の水槽実験と設定が異なっていることを考えれば，この程度の差が起きても妥当と考えられる．平均流速の算出方法は平均する半径の幅などを変えて試したが，どの場合も同様の結果を得た．一方，波数３の実験ではその関係性が崩れている．その理由は分かっておらず，今後の課題となっている．

６．まとめ

本研究では，二重回転水槽を用いて回転速度・水平温度差・水深の実験条件を変えて420ケースの実験を行った．そして最新のPIV により，全ての実験の水面運動を定量化した．筆保ほか（2014）の解析手法を用いて時間平均をした各運動エネルギーを算出し，KE の中での MKE や EKE の比率を見積もった．さらに，その統計的特徴から定量的な定義を作り，水槽実験の水面のながれのパターンを分類した．本研究の結果は以下のようにまとめられる．

(1) 各実験で得られた KE，MKE，EKE の時間変化は，それぞれの実験で得られた代表値のばらつきと



第10図　平均流速と波動の位相角速度の散布図．●は波数２，×は波数３．

比べて大きくない．そのため，各実験のKE，MKE，EKEの時間平均値を利用した統計的な解析は有効である．

(2) 熱ロスビー数が10^0〜10^1より小さい場合，水の粘性係数と水槽の幅で無次元化したKEとMKEは，熱ロスビー数が増加するにともない統計的に増加する傾向が認められる．また，テイラー数が10^7より大きい場合，テイラー数が増加するにともなって，KEとMKEは統計的に減少する傾向が認められる．

(3) 熱ロスビー数が約10^0〜10^1で，またはテイラー数が約10^7〜10^8で，水の粘性係数と水槽の幅で無次元化したEKEは大きい傾向が認められる．

(4) KEに占めるMKEや波数別EKEの割合を調べると，その特徴から３種類のながれのパターンが分類できる．MKE割合が80％以上と大きい場合は軸対称運動，それ以外は非軸対称運動となる．非軸対称運動の中でも，卓越波とその高調波のEKEの割合が大きい場合は規則運動，サイドバンドのEKEが５％以上と大きい場合は不規則運動である．この定量的な分類をすれば，先行研究のレジーム・ダイアグラムと概ね一致している．しかし，実験条件において水深が８cm以上，水平温度差が20℃以上になると，先行研究のレジーム・ダイアグラムと整合的ではない結果が増加した．

(5) 定常波の波動の位相角速度は約1.0×10^{-2}〜21.0×10^{-2}rads^{-1}であった．波数２の位相角速度と平均流速の関係は傾圧不安定理論と整合性が認められた．しかし，波数３の位相角速度では同様な解釈はできなかった．

本研究のように，PIVやエネルギーを用いて回転水槽実験の水面のながれを連続的に定量化することで，目視では同定することのできないサイドバンドの存在量や割合を検出することができる．これまで解析が難しかった複雑な運動や，波と波の相互作用など，回転水槽で発生している現象に対しての理解に大きな発展をもたらすといえる．

今後は，本研究では不規則運動に分類した，遷移領域で発生した揺らぎのある運動の分類，時間変化する水面運動を理解することが課題である．加えて，波数３の位相速度の検討も必要となる．また，サーモグラフィーを用いた高解像度の温度場も測定が可能なので，定量化した運動場と合わせて，熱輸送等の議論も期待ができる．

謝　辞

本研究で使用した二重回転円筒水槽は，福井県立大学田島俊彦名誉教授より譲り受け，(株)富士機設工業様に特別に設置・設計していただきました．PIV解析において西野耕一教授にご教授を賜りました．また，佐藤正樹教授，三村和男教授，酒井　敏教授，佐藤　元氏には，回転水槽実験について大変有益なご助言を頂きました．感謝申し上げます．本研究の一部は，科学研究費補助金若手Ｂ(25800262)と気候変動リスク情報創生プログラムの助成を受けています．

参　考　文　献

Douglas, H. A. and P. J. Mason, 1973: Thermal convection in a large rotating fluid annulus: Some effects of varying the aspect ratio. J. Atmos. Sci., **30**, 1124-1134.

Fowlis, W. W. and R. Hide, 1965: Thermal convection in a rotating annulus of liquid: effect of viscosity on the transition between axisymmetric and non-axisymmetric flow regimes. J. Atmos. Sci., **22**, 541-558.

筆保弘徳，舛田あゆみ，乙部直人，熊沢里枝，西野耕一，2014：粒子画像流速測定法と渦運動エネルギーを用いた回転水槽実験で発生する傾圧不安定波の定量化．ながれ，**33**，549-550．

菊地勝弘，瓜生道也，北林興二，1988：実験気象学入門．東京堂出版，254pp．

Matsuwo, N., M. Uryu and R. Sawada, 1976: An experimental study on the internal structure of baroclinic waves in a rotating annulus: Part I. Thermal structure. J. Meteor. Soc. Japan, **54**, 339-350.

Matsuwo, N., M. Uryu and R. Sawada, 1977: An experimental study on the internal structure of baroclinic waves in a rotating annulus: Part II. Dynamical structure. J. Meteor. Soc. Japan, **55**, 248-259.

Merilees, P. E., 1968: On the transition from axisymmetric to nonaxisymmetric flow in a rotating annulus. J. Atmos. Sci., **25**, 1003-1014.

守田　治，1973：回転流体中の傾圧不安定波．天気，**27**，165-175．

Niino, H., 1978: Turbulent jet in a rotating fluid. J. Meteor. Soc. Japan, **56**, 527-547.

Niino, H. and N. Misawa, 1984: An experimental and theoretical study of barotropic instability. J. Atmos. Sci., **41**, 1992-2011.

新田　尚，1980：大気大循環論．東京堂出版，195-199．

Sugata, S. and S. Yoden, 1994: Chaotic Lagrangian motion and heat transport in a steady, baroclinic annulus wave. J. Meteor. Soc. Japan, **72**, 569-587.

Tajima, T., T. Nakamura and T. Kuroda, 1995: Laboratory experiments of Lagrangian motions in a steady baroclinic wave －Internal structures of vortices－. J. Meteor. Soc. Japan, **73**, 37-46.

Tajima, T., T. Nakamura and K. Kurosawa, 1999: Experimental observations of 3D Lagrangian motions in steady baroclinic waves-II. J. Meteor. Soc. Japan, **77**, 17-29.

Tajima, T., K. Kawahira and T. Nakamura, 2005: Experiments to study interactions between baroclinic lower flows and a stably stratified upper layer. Exp. Fluids, **38**, 683-694.

Tamaki, K. and K. Ukaji, 1985: Radial heat transport and azimuthally averaged temperature fields in a differentially heated rotating fluid annulus undergoing amplitude vacillation. J. Meteor. Soc. Japan, **63**, 168-179.

Tamaki, K. and K. Ukaji, 1986: Stationary baroclinic eddies produced in a rotating fluid annulus. J. Meteor. Soc. Japan, **64**, 681-691.

Ukaji, K. and K. Tamaki, 1989: A comparison of laboratory experiments and numerical simulations of steady baroclinic waves produced in a differentially heated rotating fluid annulus. J. Meteor. Soc. Japan, **67**, 359-374.

Ukaji, K. and K. Tamaki, 1994: A numerical study of amplitude vacillation observed in a differentially heated rotating fluid annulus. J. Meteor. Soc. Japan, **72**, 1-10.

瓜生道也，1973：回転水槽実験のはなし．天気，**20**，323-333．

Quantification and Classification of Surface Flow Observed in the Experiments with a Differentially Heated Rotating Fluid Annulus

Ayumi MASUDA*1, Hironori FUDEYASU*2 and Naohito OTOBE*3

*1 *Graduate School of Education, Yokohama National University (Present affiliation: Funai Soken Holdings Inc.).*

*2 *(Corresponding author) Faculty of Education and Human Sciences, Yokohama National University, 79-2 Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama, 240-8501, Japan.*

*3 *Faculty of Science, Fukuoka University.*

(Received 1 December 2014; Accepted 8 July 2015)