大気大循環の３次元構造を記述する新理論の提唱

—2014年度山本賞受賞記念講演—

木　下　武　也*

１．はじめに

この度は名誉ある山本賞を授与頂き，大変光栄に存じます．本研究を進めることが出来たのは，ご指導頂いた佐藤　薫教授はもちろん，大学院では中村　尚教授，小池　真准教授，日比谷紀之教授，KANTO 中層大気グループ開催の合宿では廣田　勇名誉教授，高橋正明教授，諸先輩方と，数多くの方々のご助言によるものであり感謝の気持ちでいっぱいです．今後は，より一層気を引き締めて研究に取り組んで参る所存です．

本原稿では，受賞対象となりました Kinoshita and Sato（2013a，b）を中心に，新理論を利用することで得られる知見の可能性について記します．

２．研究背景

本節では，平均場に対する波強制を記述し，波の伝播を表す波活動度フラックスと，近似的に物質輸送（ラグランジュ平均流）を表す残差流について過去の研究から今に至るまでを紹介します．

平均流と波の相互作用を解析する上で，変形オイラー平均（Transformed Eulerian-Mean：TEM）系は欠かせないツールであります．これは，Andrews and McIntyre（1976，1978）により定式化されたものです．彼らは東西平均を用いて，プリミティブ方程式系における波の活動を表すフラックス（Eliassen-Palm flux：EP-flux）$\mathbf{F}^{\mathbf{EP}}$を導出しました．

$$\mathbf{F}^{\mathbf{EP}} \equiv \left(-[u'v'] + [u]_z \frac{[v'\Phi_z']}{N^2},\ -[u'w'] + (f-[u]_y) \frac{[v'\Phi_z']}{N^2} \right) \tag{1}$$

ここで，u，v，w はそれぞれ東西・南北・鉛直風速，Φはジオポテンシャル，f はコリオリパラメータ，N^2は静的安定度を表します．添え字の y，z は偏微分です．また［　］は東西平均，′は平均からのズレを表します．EP-flux は WKB 近似の下，群速度 $\mathbf{C_g}$ と擬運動量 A の積に一致します．

$$\mathbf{F}^{\mathbf{EP}} = \mathbf{C_g} A \tag{2}$$

また彼らは，擬運動量と EP-flux の間に成り立つ保存則（一般化 Eliassen-Palm 理論）

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}^{\mathbf{EP}} = D \tag{3}$$

を定式化しました．ここで，D は摩擦や非断熱加熱等を含む非保存項です．TEM 系の運動方程式は，EP-flux を用いて以下の様に記述されます．

$$\frac{\partial [u]}{\partial t} + ([u]_y - f)[v]^* + [u]_z [w]^* = \nabla \cdot \mathbf{F}^{\mathbf{EP}} + [X] \tag{4}$$

ここで［X］は，東西方向の運動方程式に含まれる摩擦等の非保存項，$[v]^*$は残差流です．

$$[v]^* \equiv [v] - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{[v'\Phi_z']}{N^2} \right),\quad [w]^* \equiv [w] + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{[v'\Phi_z']}{N^2} \right) \tag{5}$$

これは小振幅擾乱仮定の下で，オイラー平均流とストークスドリフトの和で表され，近似的にラグラン

* 情報通信研究機構．kinoshita@nict.go.jp

—2015年７月13日受領—
—2015年８月24日受理—

ジュ平均流に一致します．式(3)，(4)から，擾乱と平均流における重要な定理を説明することが出来ます．もし波が線形かつ定常で保存的であるならば，式(3)よりEP-fluxの収束発散が0となります．この条件の下では，熱力学方程式の右辺も同様に0となり，式(4)を介して東西平均東西風・温位の時間変化や残差流も0となります．これを非加速定理といいます（Eliassen and Palm 1961；Charney and Drazin 1961）．この定理の重要な点は，EP-fluxの収束発散が0でも，オイラー平均流は必ずしも0でないということです．言い換えると，波が駆動する流れはオイラー平均流ではなく残差流となります．従って，TEM系の運動方程式は，波の強制に伴う東西風加速や物質輸送を記述でき，通常の東西平均した運動方程式よりも，物理的意味を考える上で非常に有用と言えます．

3．TEM系を3次元に拡張した研究

前節で説明したように，TEM系は子午面断面における擾乱活動や力学的な物質輸送を記述する方程式系です．しかしながら，東西平均を用いるため，その描像は2次元に制限されます．そこでTEM系を3次元に拡張する研究が行われてきました．多くの場合，擾乱の2次量中の位相を消すために用いられる平均は時間平均です．Hoskins *et al*.（1983），Trenberth（1986），Plumb（1986）は，準地衡流系においてTEM系を3次元に拡張しました．Hoskins *et al*.（1983）とTrenberth（1986）は残差流を以下のように定義しました．

①熱力学方程式の右辺に現れる熱フラックス項を残差流の中に含める

②残差流が質量保存を満たす

Plumb（1986）は文字通り，先に導出した3次元波活動度フラックスを水平方向の運動方程式に含めることで生じた残差として，それを定義しました．しかしながら，彼らの残差流がオイラー平均流とストークスドリフトの和に一致するかどうかは確認されていませんでした．

続いて3次元波活動度フラックスの場合，Hoskins *et al*.（1983）は水平風速相関テンソルを用いて導出しており，平均流との相互作用を見るという点では，成功しているように見えますが，ロスビー波の群速度の向きと平行にはなりません．Trenberth（1986）は擾乱の運動エネルギーの東西・南北微分をそれぞれの方向の運動方程式に加えることにより導出しています．このフラックスは順圧を仮定した場合のみ，ロスビー波の群速度と平行となります．一方，Plumb（1986）は渦位の保存則から得られるエンストロフィー方程式から3次元波活動度フラックスを導出しています．また，この波活動度フラックスは群速度と擬運動量の積に一致します．さらに彼は，渦位勾配と時間平均水平風の等値線が平行であると仮定した場合に成り立つ一般化Eliassen-Palm理論の導出も行っています．従って準地衡流系における時間平均を用いたTEM系の3次元化はPlumb（1986）が3次元残差流の導出を除いて最も一般的であると言えます．以下に上記3つの論文の東西方向の運動方程式に含まれる3次元波活動度フラックスを列挙します．

$$\mathbf{F}^{\mathrm{H}} \equiv \left(\overline{v'^2} - \overline{u'^2},\ -\overline{u'v'},\ f_0 \frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2} \right) \tag{6a}$$

$$\mathbf{F}^{\mathrm{T}} \equiv \left(\frac{1}{2}(\overline{v'^2} - \overline{u'^2}),\ -\overline{u'v'},\ f_0 \frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2} \right) \tag{6b}$$

$$\mathbf{F}^{\mathrm{P}} \equiv \left(\frac{1}{2}\left(\overline{v'^2} - \overline{u'^2} - \frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}\right),\ -\overline{u'v'},\ f_0 \frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2} \right) \tag{6c}$$

ここで，$\mathbf{F}^{\mathrm{H}}$，$\mathbf{F}^{\mathrm{T}}$，$\mathbf{F}^{\mathrm{P}}$はそれぞれHoskins *et al*.（1983），Trenberth（1986），Plumb（1986）の3次元波活動度フラックス，$\overline{\ \ }$は時間平均を表します．

次に，時間平均を用いずに擾乱の2次量中の位相を取り除き，TEM系を3次元に拡張した研究では，Plumb（1985），Takaya and Nakamura（1997，2001）が挙げられます．Plumb（1985）は東西一様な基本流の下で，準地衡流系における一般化Eliassen-Palm理論と3次元波活動度フラックスを導出しました．この導出ではフラックスの位相を消すための項が新たに加わった形になっていますが，この項の物理的意味については考察されていませんでした．これはTakaya and Nakamura（1997，2001）により，ロスビー波のエネルギーを固有位相速度で割ったもの，つまり擬運動量の別表記によるものであることが示されます．彼らは，平均流が水平方向に蛇行している場に対し，一般化Eliassen-Palm理論，3次元波活動度フラックス，残差流を導出しており，Plumb（1985）をより一般化させたものといえます．しかしながら，これらの研究においても残差流とストークスドリフトの関係については調べられていませんでした．

以上の研究をまとめますと，当時のTEM系を3次

元に拡張する研究の多くは波活動度フラックスを中心に導出がなされており，様々な形が存在することがわかります．これは残差流に含まれるフラックス項に物理的意味づけをしていなかったことが原因と考えられます．このことについては後の節にて説明します．

4．重力波に適用可能な３次元残差流と波活動度フラックス

前節では，準地衡流系における式変形が行われているため，重力波には適用できません．この制限を解決するためには，プリミティブ方程式系における TEM 系の３次元化を行う必要があります．Miyahara (2006) はブシネスク系及びプリミティブ方程式系における TEM 系の３次元化を初めて行いました．ここで導出された３次元波活動度フラックスは重力波の群速度と擬運動量の積に一致します．しかし，３次元残差流は質量保存を満たさず，また水平方向の運動方程式に含まれる移流項が TEM 系の運動方程式とは異なり，オイラー平均流と残差流が入り混じった式でした．Kinoshita *et al*. (2010) は，残差流が質量保存を満たし，かつオイラー平均流とストークスドリフトの和で表されることを条件に式変形を行うことで，上記の問題を克服した３次元残差流と波活動度フラックスを導出しました．以下に３次元残差流と波活動度フラックスを記述します．

$$\overline{u}^{*}=\overline{u}+\left(\frac{\overline{S}}{f}\right)_y-\rho_0{}^{-1}\left(\rho_0\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)_z \tag{7a}$$

$$\overline{v}^{*}=\overline{v}-\left(\frac{\overline{S}}{f}\right)_x-\rho_0{}^{-1}\left(\rho_0\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)_z \tag{7b}$$

$$\overline{w}^{*}=\overline{w}+\left(\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)_x+\left(\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)_y \tag{7c}$$

$$\mathbf{F}^{\mathbf{IG}}\equiv\rho_0\begin{bmatrix}\overline{u'^2}-\overline{S}+\overline{u}_y\left(\frac{\overline{S}}{f}\right)-\overline{u}_z\left(\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)\\ \overline{u'v'}-\overline{u}_x\left(\frac{\overline{S}}{f}\right)-\overline{u}_z\left(\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)\\ \overline{u'w'}+\overline{u}_x\left(\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)+(\overline{u}_y-f)\left(\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)\end{bmatrix} \tag{7d}$$

$$\overline{S}\equiv\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}-\frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}\right) \tag{7e}$$

ここで，添え字の x は東西方向の偏微分を表します．この３次元波活動度フラックスは WKB 近似下において，Miyahara (2006) と一致するため，重力波の群速度に平行であるといえます．さらに，準地衡流近似下においては Plumb (1986) と一致するため，ロスビー波の群速度にも平行になります．しかし，Miyahara (2006)，Kinoshita *et al*. (2010) では導出の際，重力波の分散関係式を用いているため，厳密には重力波のみに適用可能な定式といえます．

5．重力波とロスビー波両者に適用可能な３次元残差流

本節では，重力波の分散関係式を用いずに，ストークスドリフトを風速等観測可能な物理量に式変形したものを紹介します．この導出では，ゆっくり変化する背景場（ただし，鉛直成分は０）における小振幅平面波の仮定を用いています．

まず，擾乱に対する東西・南北方向の運動方程式，連続の式，熱力学方程式は以下のように記述されます．

$$\overline{D}u'-fv'+\Phi_x'=0 \tag{8a}$$

$$\overline{D}v'+fu'+\Phi_y'=0 \tag{8b}$$

$$u_x'+v_y'+\rho_0{}^{-1}(\rho_0 w')_z=0 \tag{8c}$$

$$\overline{D}\Phi_z'+N^2w'=0 \tag{8d}$$

$$\overline{D}\equiv\frac{\partial}{\partial t}+\overline{u}\frac{\partial}{\partial x}+\overline{v}\frac{\partial}{\partial y} \tag{8e}$$

任意の擾乱 a' に対し，以下の平面波を考えます．

$$a'=a_0e^{\frac{z}{2H}}\exp[i(kx+ly+mz-\omega t)] \tag{9}$$

ここで，H はスケールハイト，k，l，m はそれぞれ東西・南北・鉛直波数，ω は対地周波数を表します．また，密度は以下の様に表されます．

$$\rho_0=\rho_s\exp\left(-\frac{z}{H}\right) \tag{10}$$

ここで，ρ_sは地表面密度です．擾乱に対する方程式系に対し，平面波を挿入することで，風速擾乱とジオポテンシャルの間の偏波関係を得ます．

$$u'=\frac{k\hat{\omega}+ilf}{\hat{\omega}^2-f^2}\Phi' \tag{11a}$$

$$v'=\frac{l\hat{\omega}-ikf}{\hat{\omega}^2-f^2}\Phi' \tag{11b}$$

$$w'=-\frac{\hat{\omega}\left(m-\frac{i}{2H}\right)}{N^2}\Phi' \tag{11c}$$

ここで，$\hat{\omega}\equiv\omega-k\overline{u}-l\overline{v}$ です．空気塊の変位（ξ'，η'，ζ'）は，偏波関係と，以下の関係式 $\overline{D}\xi'=u'$，$\overline{D}\eta'=v'$，$\overline{D}\zeta'=w'$ を用いて，

$$\xi'=\frac{-lf+ik\hat{\omega}}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\Phi' \tag{12a}$$

$$\eta'=\frac{kf+il\hat{\omega}}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\Phi' \tag{12b}$$

$$\zeta'=-\frac{\left(im+\dfrac{1}{2H}\right)}{N^2}\Phi' \tag{12c}$$

となります．時間平均したストークスドリフトは以下の様に記述されます．

$$\overline{u}^S=(\overline{u'\eta'})_y+\rho_0{}^{-1}(\rho_0\overline{u'\zeta'})_z \tag{13a}$$

$$\overline{v}^S=-(\overline{u'\eta'})_x+\rho_0{}^{-1}(\rho_0\overline{v'\zeta'})_z \tag{13b}$$

$$\overline{w}^S=-(\overline{u'\zeta'})_x-(\overline{v'\zeta'})_y \tag{13c}$$

これより，時間平均ストークスドリフトにおける空気塊の変位を含む項を式変形し，風速擾乱やジオポテンシャル擾乱を用いて表していきます．始めに，鉛直変位を含む項を式変形します．$\overline{u'\zeta'}$ と $\overline{v'\zeta'}$ は，熱力学方程式及び，$\overline{D}\zeta'=w'$ を用いることで

$$\overline{u'\zeta'}=-\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2} \tag{14a}$$

$$\overline{v'\zeta'}=-\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2} \tag{14b}$$

となります．続いて $\overline{u'\eta'}$ をジオポテンシャル擾乱のみで表します．

$$\overline{u'\eta'}=\frac{(k^2+l^2)f}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\overline{\Phi'^2} \tag{15}$$

同様に擾乱の運動エネルギー及び，$\overline{u'\Phi_y'}/2f$，$\overline{v'\Phi_x'}/2f$ は以下となります．

$$\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}\right)=\frac{1}{2}\frac{(k^2+l^2)(\hat{\omega}^2+f^2)}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\overline{\Phi'^2} \tag{16a}$$

$$\frac{\overline{u'\Phi_y'}}{2f}=\frac{1}{2}\frac{(\hat{\omega}^2-f^2)l^2}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\overline{\Phi'^2} \tag{16b}$$

$$\frac{\overline{v'\Phi_x'}}{2f}=-\frac{1}{2}\frac{(\hat{\omega}^2-f^2)k^2}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\overline{\Phi'^2} \tag{16c}$$

これらを組み合わせると，結果的に以下の関係が得られます．

$$\overline{u'\eta'}=\frac{1}{2f}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}-\frac{\overline{u'\Phi_y'}}{f}+\frac{\overline{v'\Phi_x'}}{f}\right) \tag{17}$$

従って，時間平均ストークスドリフトは，

$$\overline{u}^S=\left(\frac{\overline{S_{(p)}}}{f}\right)_y-\rho_0{}^{-1}\left(\rho_0\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)_z \tag{18a}$$

$$\overline{v}^S=-\left(\frac{\overline{S_{(p)}}}{f}\right)_x-\rho_0{}^{-1}\left(\rho_0\frac{\overline{v\Phi_z'}}{N^2}\right)_z \tag{18b}$$

$$\overline{w}^S=\left(\frac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)_x+\left(\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)_y \tag{18c}$$

$$\overline{S_{(p)}}\equiv\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}-\frac{\overline{u'\Phi_y'}}{f}+\frac{\overline{v'\Phi_x'}}{f}\right) \tag{18d}$$

となります．これは前節で紹介した重力波に適用可能な 3 次元ストークスドリフト(7a－c)とよく似た形をしており，その違いは東西・南北成分に含まれる $\overline{S_{(p)}}$ です．しかしながら，(18a－c)は(7a－c)と異なり，任意の擾乱の分散関係式を用いず，偏波関係のみで導出されています．また，ここでの証明は省略しますが，(18a－c)が f 平面の仮定の下で，重力波の分散関係式を用いると，(7a－c)に一致すること，またロスビー数が小さいという仮定の下では，準地衡流系における 3 次元ストークスドリフト（Kinoshita and Sato 2013a）に一致することがわかります．従って，(18a－c)は重力波とロスビー波両者に適用可能であるといえます．

6．重力波とロスビー波両者に適用可能な 3 次元波活動度フラックス

この研究では 2 種類の 3 次元波活動度フラックスを導きました．背景場に対する波強制を記述する波活動度フラックス（3D-flux-M）と波の伝播を記述する波活動度フラックス（3D-flux-W）です．まず，3D-flux-M は(18a－c)を時間平均した水平方向の運動方程式に代入し，式変形することによって得ます．3D-flux-M の東西成分及び，東西方向の運動方程式は以下となります．

$$\mathbf{F_1}\equiv\rho_0\begin{bmatrix}\overline{u'^2}-\overline{S_{(p)}}+\overline{u}_y\left(\dfrac{\overline{S_{(p)}}}{f}\right)-\overline{u}_z\left(\dfrac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)\\ \overline{u'v'}-\overline{u}_x\left(\dfrac{\overline{S_{(p)}}}{f}\right)-\overline{u}_z\left(\dfrac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)\\ \overline{u'w'}+\overline{u}_x\left(\dfrac{\overline{u'\Phi_z'}}{N^2}\right)+(\overline{u}_y-f)\left(\dfrac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)\end{bmatrix} \tag{19a}$$

$$\begin{aligned}&\overline{u}_t+\overline{u}_x\overline{u}^*+(\overline{u}_y-f)\overline{v}^*+\overline{u}_z\overline{w}^*\\&=-\overline{\Phi}_x-\rho_0{}^{-1}(\nabla\cdot\mathbf{F_1})+\overline{X}\end{aligned} \tag{19b}$$

3D-flux-M も 3 次元ストークスドリフトと同様に

重力波に適用可能な3次元波活動度フラックス $\mathbf{F}^{\mathrm{IG}}$ とよく似ており，その違いは $\overline{S_{(p)}}$ です．3D-flux-M は，背景場の運動方程式(19b)に含まれ，その収束発散が左辺の3次元残差流や平均東西風の時間変化に対応しています．一方で，波の伝播を記述する3次元波活動度フラックスを導出するには，擾乱の群速度と擬運動量の積に一致することを示さなくてはなりません．また，この群速度を計算するためにはロスビー波と重力波両者を含む統一した分散関係式を導く必要があります．この分散関係式は，y 依存性を残した状態で擾乱の運動方程式，連続の式，熱力学方程式から得られる南北風擾乱に対する以下の2階の微分方程式から導くことができます．

$$\frac{d^2\hat{v}}{dy^2}+\left[(\hat{\omega}^2-f^2)\frac{\tilde{m}^2}{N^2}-k^2-\frac{kf_y}{\hat{\omega}}\right]\hat{v}=0 \qquad (20)$$

ここで，$\hat{v}(y)$ は y 依存性を残した南北風擾乱の振幅，$\tilde{m}^2=m^2+1/4H^2$ です．大括弧の中の項が y 依存しないという仮定を用いると，$\hat{v}(y)=v_0\exp(ily)$ となり，

$$l^2=(\hat{\omega}^2-f^2)\frac{\tilde{m}^2}{N^2}-k^2-\frac{kf_y}{\hat{\omega}} \qquad (21)$$

が得られます．この分散関係式は，ロスビー数が小さい仮定の下では，

$$k^2+l^2+f_0{}^2\frac{\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{k\beta}{\hat{\omega}}=0 \qquad (22)$$

となりロスビー波の分散関係式に一致し，f 平面近似の下では重力波の分散関係式に一致します．

$$k^2+l^2-(\hat{\omega}^2-f^2)\frac{\tilde{m}^2}{N^2}=0 \qquad (23)$$

従って，式(21)はロスビー波と重力波両者を含む分散関係式といえます．この分散関係式(21)から，固有群速度を計算すると，以下となります．

$$\hat{C}_{(gx)}=\frac{2k+\hat{\omega}^{-1}f_y}{\left(\frac{2\hat{\omega}\,\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}^2}\right)} \qquad (24a)$$

$$\hat{C}_{(gy)}=\frac{2l}{\left(\frac{2\hat{\omega}\,\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}^2}\right)} \qquad (24b)$$

$$\hat{C}_{(gz)}=-\frac{2mN^{-2}(\hat{\omega}^2-f^2)}{\left(\frac{2\hat{\omega}\,\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}^2}\right)} \qquad (24c)$$

3D-flux-W は，3D-flux-M をもとに固有群速度に比例する形に式変形することで得られます．まず，擾乱の視点に立ち，背景風シアが十分に小さいという仮定を用い，3D-flux-M に含まれる背景風シア項を落とします．次に，偏波関係を用いてジオポテンシャルで表します．この時，$\mathbf{F_1}$ は以下となります．

$$F'_{11}=\rho_0(\overline{u'^2}-\overline{S_{(p)}})=\frac{\rho_0k^2}{(\hat{\omega}^2-f^2)}\overline{\Phi'^2} \qquad (25a)$$

$$F'_{12}=\rho_0\overline{u'v'}=\frac{\rho_0kl}{(\hat{\omega}^2-f^2)}\overline{\Phi'^2} \qquad (25b)$$

$$F'_{13}=\rho_0\left(\overline{u'w'}-f\frac{\overline{v'\Phi_z'}}{N^2}\right)=-\frac{\rho_0km}{N^2}\overline{\Phi'^2} \qquad (25c)$$

まず，南北・鉛直成分が固有群速度と擬運動量の積に一致するか確認します．擬運動量 $\overline{W_1}$ は以下で表されます．

$$\begin{aligned}\overline{W_1}&\equiv\frac{\rho_0}{2\hat{C}_{(x)}}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}\right)\\&=\frac{\rho_0}{2}\frac{k}{\hat{\omega}}\left[\frac{(\hat{\omega}^2+f^2)(k^2+l^2)}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}+\frac{\tilde{m}^2}{N^2}\right]\overline{\Phi'^2}\\&=\frac{\rho_0k}{2\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\left[\frac{2\hat{\omega}^2\tilde{m}^2}{N^2}-\frac{(\hat{\omega}^2+f^2)kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right]\overline{\Phi'^2}\end{aligned} \qquad (26)$$

ここで，$\hat{C}_{(x)}=\hat{\omega}/k$ は固有位相速度です．(26)と固有群速度(24)の南北成分の積は，

$$\hat{C}_{(gy)}\overline{W_1}=\frac{\rho_0kl}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\frac{\left[\frac{2\hat{\omega}^2\tilde{m}^2}{N^2}-\frac{(\hat{\omega}^2+f^2)kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right]}{\left(\frac{2\hat{\omega}\,\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}^2}\right)}\overline{\Phi'^2} \qquad (27)$$

となり TEM 系の EP-flux の場合と違い，F'_{12} と一致しません．そこで以下の項

$$\begin{aligned}\frac{\rho_0}{2\hat{C}_{(x)}}\frac{\overline{(u'\Phi')_y}}{f}&=\frac{\rho_0}{2\hat{C}_{(x)}f}(\overline{u_y'\Phi'}+\overline{u'\Phi_y'})\\&=\frac{\rho_0k}{2\hat{\omega}}\left[-\frac{l^2}{\hat{\omega}^2-f^2}+\frac{2k\,\hat{\omega}\,f_y}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\right]\overline{\Phi'^2}+\frac{\rho_0k}{2\hat{\omega}}\frac{l^2}{\hat{\omega}^2-f^2}\overline{\Phi'^2}\\&=\frac{\rho_0k^2f_y}{(\hat{\omega}^2-f^2)^2}\overline{\Phi'^2}\end{aligned} \qquad (28)$$

を擬運動量に加えます．

$$\begin{aligned}\overline{W_1}'&=\overline{W_1}+\frac{\rho_0}{2\hat{C}_{(x)}}\frac{\overline{(u'\Phi')_y}}{f}\\&=\frac{\rho_0k}{2\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\left[\frac{2\hat{\omega}^2\tilde{m}^2}{N^2}-\frac{(\hat{\omega}^2+f^2)kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}+\frac{2\hat{\omega}^2kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right]\overline{\Phi'^2}\\&=\frac{\rho_0k}{2\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\left[\frac{2\hat{\omega}^2\tilde{m}^2}{N^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}}\right]\overline{\Phi'^2}\end{aligned} \qquad (29)$$

これを修正した擬運動量とし，固有群速度の南北成分との積は以下となります．

$$\hat{C}_{(gy)}\overline{W_1}'=\frac{\rho_0 kl}{(\hat{\omega}^2-f^2)}\overline{\Phi'^2}=F'_{12} \quad (30)$$

同様に，

$$\hat{C}_{(gz)}\overline{W_1}'=-\frac{\rho_0 km}{N^2}\overline{\Phi'^2}=F'_{13} \quad (31)$$

が成り立ちます．従って，3D-flux-M の南北・鉛直成分は擾乱の固有群速度に比例することがわかります．これは南北方向の運動方程式に含まれるフラックスについても同様の結果となります．続いて，東西成分について固有群速度と修正した擬運動量の積を計算すると，

$$\hat{C}_{(gx)}\overline{W_1}'=\rho_0\left[\frac{k^2}{(\hat{\omega}^2-f^2)}+\frac{kf_y}{2\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right]\overline{\Phi'^2} \quad (32)$$

となり，右辺第二項があるため 3D-flux-M の東西成分 F'_{11}に一致しません．この項は以下の形で表すことが出来ます．

$$\begin{aligned}F_u&\equiv\frac{\rho_0}{2}\left(-\frac{\overline{u'\Phi_y'}}{f}+\frac{\overline{v'\Phi_x'}}{f}+\frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}\right)\\&=\frac{\rho_0}{2}\left(-\frac{l^2}{\hat{\omega}^2-f^2}-\frac{k^2}{\hat{\omega}^2-f^2}+\frac{\hat{m}^2}{N^2}\right)\overline{\Phi'^2}\\&=\frac{\rho_0}{2}\left(-\frac{l^2}{\hat{\omega}^2-f^2}-\frac{k^2}{\hat{\omega}^2-f^2}+\frac{k^2+l^2}{\hat{\omega}^2-f^2}+\frac{kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right)\overline{\Phi'^2}\\&=\frac{\rho_0}{2}\frac{kf_y}{\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\overline{\Phi'^2}\end{aligned} \quad (33)$$

これを，F'_{11}に加えることで波の伝播を記述する３次元波活動度フラックス 3D-flux-W を得ます．

$$\begin{aligned}F_{W11}&\equiv F'_{11}+F_u=\rho_0\left[\frac{k^2}{(\hat{\omega}^2-f^2)}+\frac{kf_y}{2\hat{\omega}(\hat{\omega}^2-f^2)}\right]\overline{\Phi'^2}\\&=\hat{C}_{(gx)}\overline{W_1}'\end{aligned} \quad (34)$$

以上をまとめますと，3D-flux-W は，3D-flux-M の東西成分に F_uを加えたものとなります．この 3D-flux-W は f 平面近似の下，重力波の分散関係式を用いると，Miyahara（2006）の３次元波活動度フラックスに一致し，ロスビー数が小さい仮定の下では，Plumb（1986）の３次元波活動度フラックス $\mathbf{F}^{\mathbf{P}}$ に一致します．

次に，擬運動量に加わった $\rho_0\overline{(u'\Phi')_y}/2\hat{C}_{(x)}f$ 及び，F_uの物理的意味について考察します．まず，$\rho_0\overline{(u'\Phi')_y}/2\hat{C}_{(x)}f$ は重力波（f 平面近似）または，ロスビー波（ロスビー数が十分小さい場合）においては，それぞれの偏波関係を用いると０となります．そのため，これはロスビー波と重力波両者を含む分散関係式を用いた際に生じる項と考えられます．また，この項の一部は，エネルギー方程式の中に次の様に組み込むことができます．擾乱の方程式(8a－d)を用いて，エネルギー方程式を導きます．

$$\overline{D}\frac{\rho_0}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}\right)+\nabla\cdot\overline{\mathbf{u}'\Phi'}=0 \quad (35)$$

続いて，$\rho_0\overline{(u'\Phi')_y}/2f$（固有位相速度を掛け，エネルギーと同じ次元にしている）のラグランジュ微分を計算すると，$\overline{D}[\rho_0\overline{(u'\Phi')_y}/2f]=0$ を得ます．両者をまとめると，修正したエネルギー方程式が得られます．

$$\overline{D}\frac{\rho_0}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\frac{\overline{\Phi_z'^2}}{N^2}+\frac{\overline{(u'\Phi')_y}}{f}\right)+\nabla\cdot\overline{\mathbf{u}'\Phi'}=0 \quad (36)$$

式(36)を固有位相速度で割ると，修正した擬運動量に関する式が得られますが，式(36)の導出では背景風シアを無視しているため，一般化 Eliassen-Palm 関係式とは異なるものです．

最後に，F_uは

$$F_u=\rho_0(\overline{S_{(p)}}-\overline{S}) \quad (37)$$

と記述することが出来ます．f 平面近似の下で重力波の分散関係式を用い，$\overline{S_{(p)}}=\overline{S}$ となることを踏まえると，F_uはロスビー波に起因すると考えることが出来ます．そのため，3D-flux-W と 3D-flux-M の違いはロスビー波によるものであり，ロスビー波の性質からこの二つのフラックスが異ならざるを得ないことになります．この事実は，Plumb（1986）の残差流がロスビー波の伝播を記述する３次元波活動度フラックスから導かれたもので，オイラー平均流とストークスドリフトの和に一致しないこととも対応がつきます．

７．事例解析１（上部対流圏ストームトラック領域）

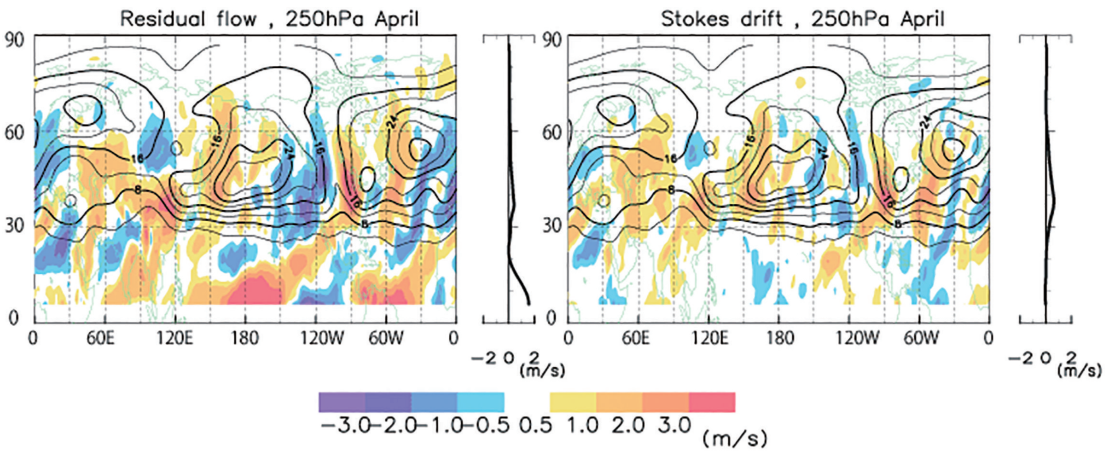
５節で導出した３次元残差流を上部対流圏ストームトラック領域に適用した事例を紹介します．解析には ERA-Interim 再解析データ（水平分解能1.5°，鉛直37層（トップは１ hPa））の1990～2008年を使用しました．時間平均場として，60日のローパスフィルタをかけた長周期成分，擾乱はこの平均場からのずれとし

ています．解析結果を示す前に，まず６節で導出した東西方向の運動方程式は，TEM 系のそれとは異なり，以下のバランス流が含まれています．

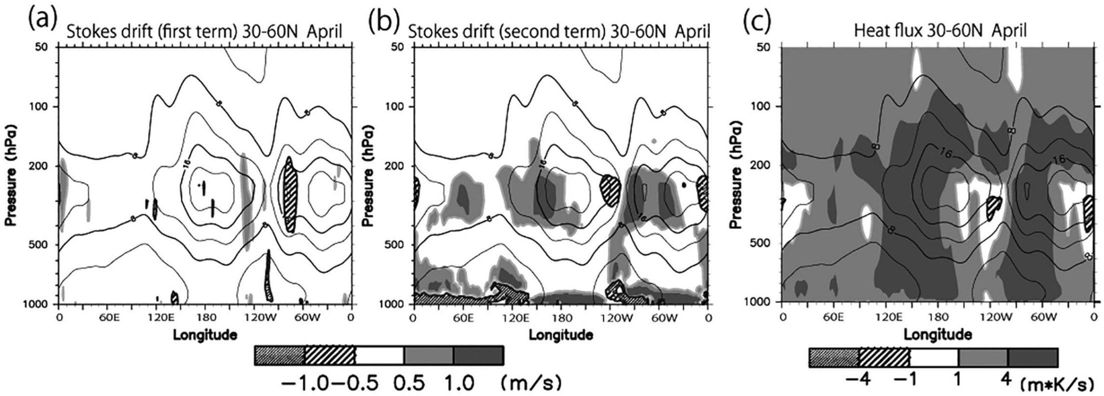
$$\overline{u_{(\mathrm{BA})}}\frac{\partial\overline{u_{(\mathrm{BA})}}}{\partial x}+\overline{v_{(\mathrm{BA})}}\left(\frac{\partial\overline{u_{(\mathrm{BA})}}}{\partial y}-f\right)+\overline{w_{(\mathrm{BA})}}\frac{\partial\overline{u_{(\mathrm{BA})}}}{\partial z}+\overline{\Phi}_x=0 \quad (38)$$

ここで，(BA)はバランス流を表します．これ以降，バランス流を除いた３次元残差流を擾乱に伴う残差流とします．第１図に，４月の250 hPa における北半球の擾乱に伴う３次元残差流 $\overline{v}^{*}-\overline{v_{(\mathrm{BA})}}$ とストークスドリフトの南北成分 $\overline{v}^{S}$ (18b)をそれぞれ示します．右側には東西平均したものをプロットしています．また，ストームトラックの指標として，ジオポテンシャルの分散を等値線で表しています．擾乱に伴う３次元残差流は，東西平均では中緯度において弱い北向きの流れですが，東西非一様な分布をしており，おおむねストームトラックの上流（下流）域では，北（南）向きであることがわかります．また上記分布は，ストークスドリフトが主な成分であると示唆されます．

低緯度域に見られる流れは，非バランス流によるものであり，これはハドレー循環を表しています．これより，ストークスドリフトの分布に焦点をあてます．第２図は，北緯30～60度で平均した (a) ３次元ス

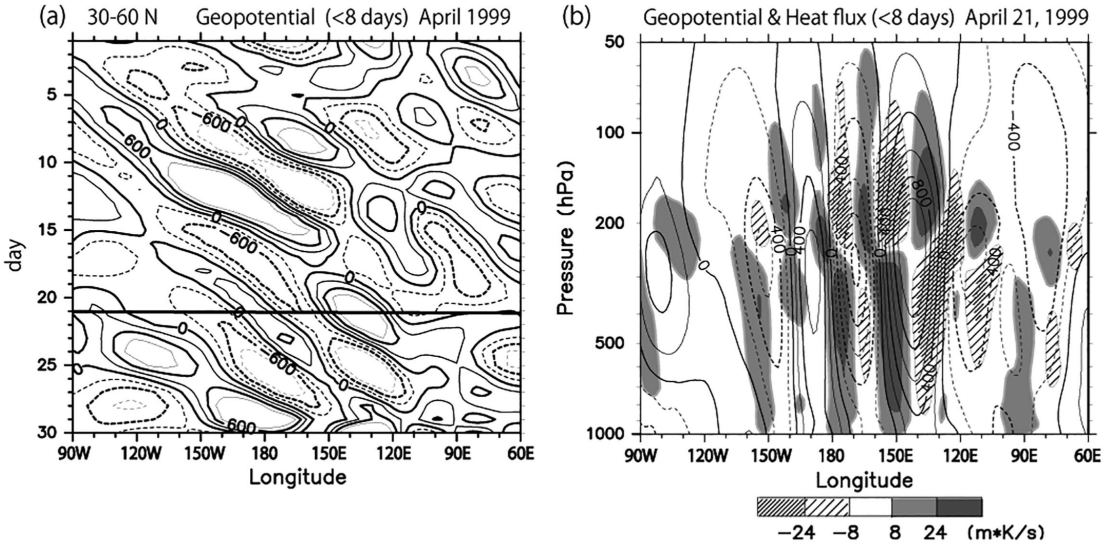


第１図　４月の北半球250 hPa における（カラー）擾乱に伴う３次元残差流（左）と３次元ストークスドリフト（右）．等値線はジオポテンシャル擾乱の分散（$10^3\mathrm{m}^2$）．それぞれの図に右側に，東西平均したものをプロットしている．

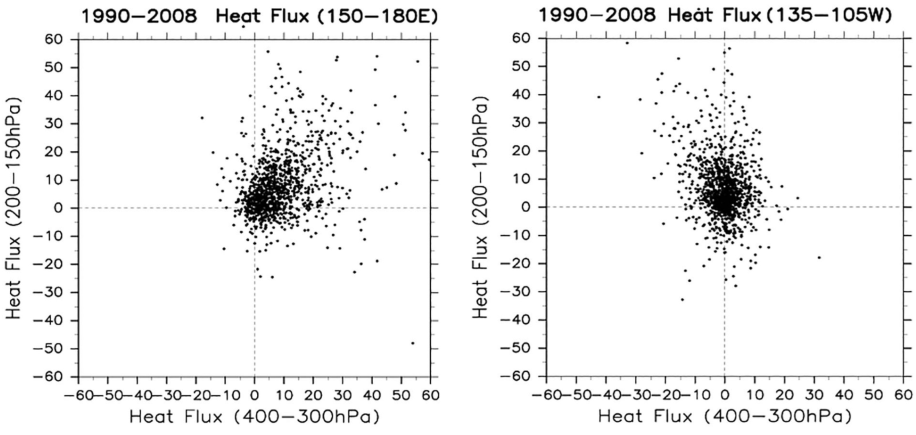


第２図　北緯30～60度で平均した (a) ３次元ストークスドリフトの南北成分の第一項，(b)第二項，(c)第二項に含まれる熱フラックスの経度高度断面．等値線はジオポテンシャル擾乱の分散（$10^3\mathrm{m}^2$）．

トークスドリフトの南北成分の第一項$-(\overline{S_p}/f)_x$，(b)第二項$-\rho_0{}^{-1}(\rho_0\overline{v\Phi_z'}/N^2)_z$，(c)第二項に含まれる熱フラックス$\overline{v\Phi_z'}$の経度高度断面を表しています．この図からストームトラック領域における北（南）向きの流れは，主に第二項によるものとわかります．また，下流域に見られる南向きの流れは，熱フラックスが500〜300 hPaで負，その上で正値をとることによるものです．この熱フラックスの分布について調べるため，1999年４月の北緯30〜60度で平均した２〜８日周期の擾乱の振る舞いを第３図（左：250 hPaにおけるホフメラー図，右：４月21日における経度高度断面図）に示します．これより，ストームトラック上流（150°E〜180°）では，擾乱は傾圧構造でほぼ正の熱フラックスを持つのに対し，下流（135°W〜105°W）では，擾乱は順圧構造で，擾乱の前面において対流圏中層（400〜300 hPa）で負の，上層（200〜150 hPa）で正の熱フラックスを持つことがわかります．この構造は，静水圧バランス（$\Phi_z'\propto\theta'$）と地衡風バランス



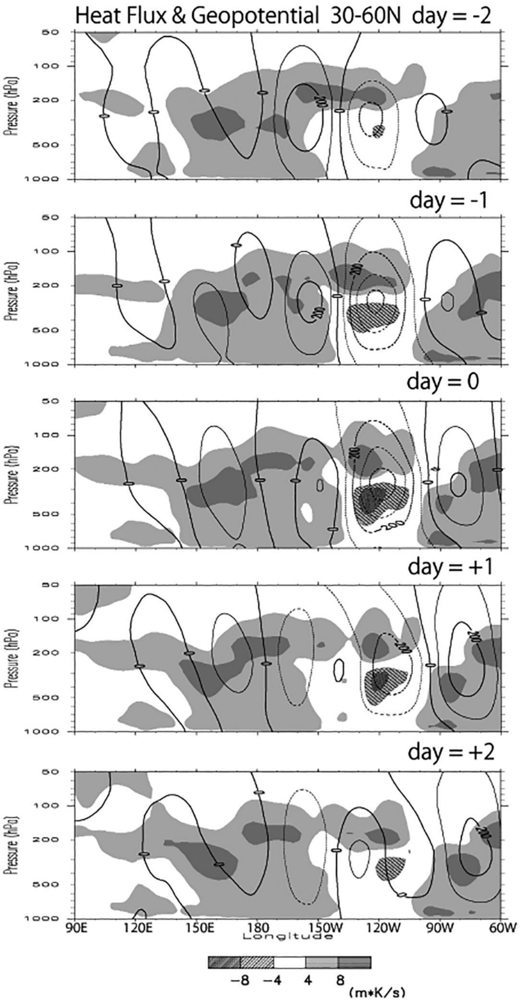
第３図 1999年４月の北緯30〜60度で平均した２〜８日周期の擾乱のジオポテンシャルの（左）250 hPaにおけるホフメラー図，（右）４月21日における経度高度断面図．



第４図 1990〜2008年の３〜４月におけるストームトラック上流（150°E〜180°）と下流（135°W〜105°W）における北緯30〜60度で平均した熱フラックスの対流圏中層（400〜300 hPa）と上層（200〜150 hPa）の散布図．

（$\Phi' \propto v'$）によって説明することが出来ます．続いて上記の構造が頻繁に生じているかどうか確認するため，1990〜2008年の３〜４月におけるストームトラック上流と下流における北緯30〜60度で平均した熱フラックスの対流圏中層と上層の散布図を第４図に示します．ストームトラック上流域では，中層と上層ともに正値を取る日がほとんどを占めるのに対し，下層では中層で負，上層で正を取る日が多く占めていることがわかります．

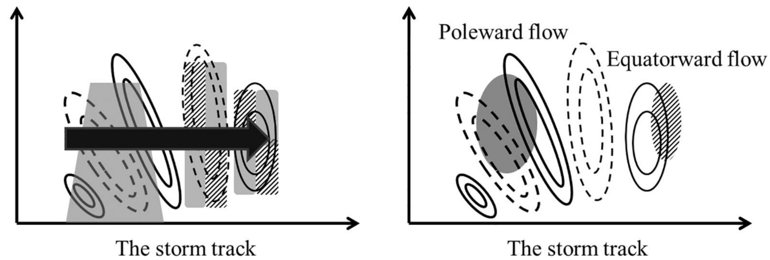
さらに，ストームトラック下流域の中層で負，上層で正を取り，かつジオポテンシャル擾乱が負値を取る日を抽出し，その日を含む前後２日のコンポジット図を以下に示します（第５図）．この図から明らかなように，熱フラックスが中層で負，上層で正値を取る構造は，上流から伝播した擾乱の構造が順圧的になり，減衰することと対応しています．これは，ジオポテンシャル擾乱が正値の場合も同様の結果となります．以上より，ストームトラック下流域に見られる南向きの３次元残差流は，上流から伝播した擾乱が順圧的な構造を取り，そこで減衰することによるものと考えられます（第６図）．この結果は，TEM の２次元残差流では見られなかった現象です．



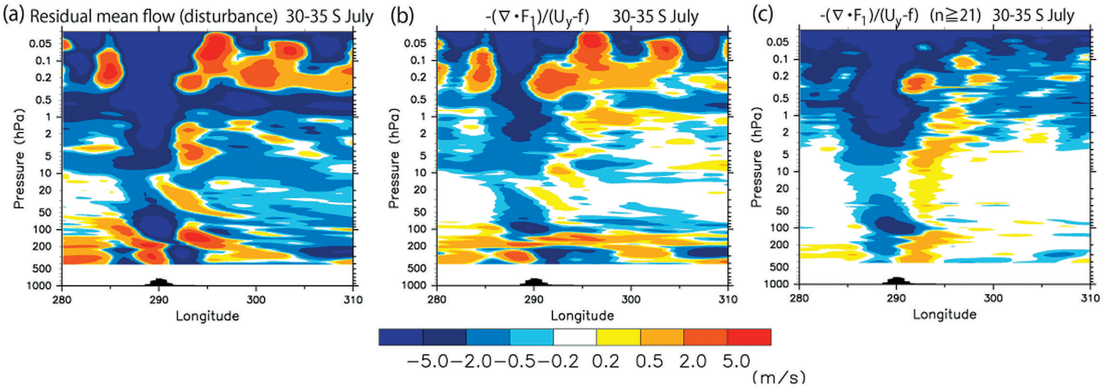
第５図　北緯30〜60度で平均した熱フラックスとジオポテンシャル擾乱のコンポジット図．参照領域はストームトラック下流域（135°W〜105°W）の400〜300 hPa．等値線間隔は100 m²s⁻².

８．事例解析２（重力波に伴う３次元残差流）

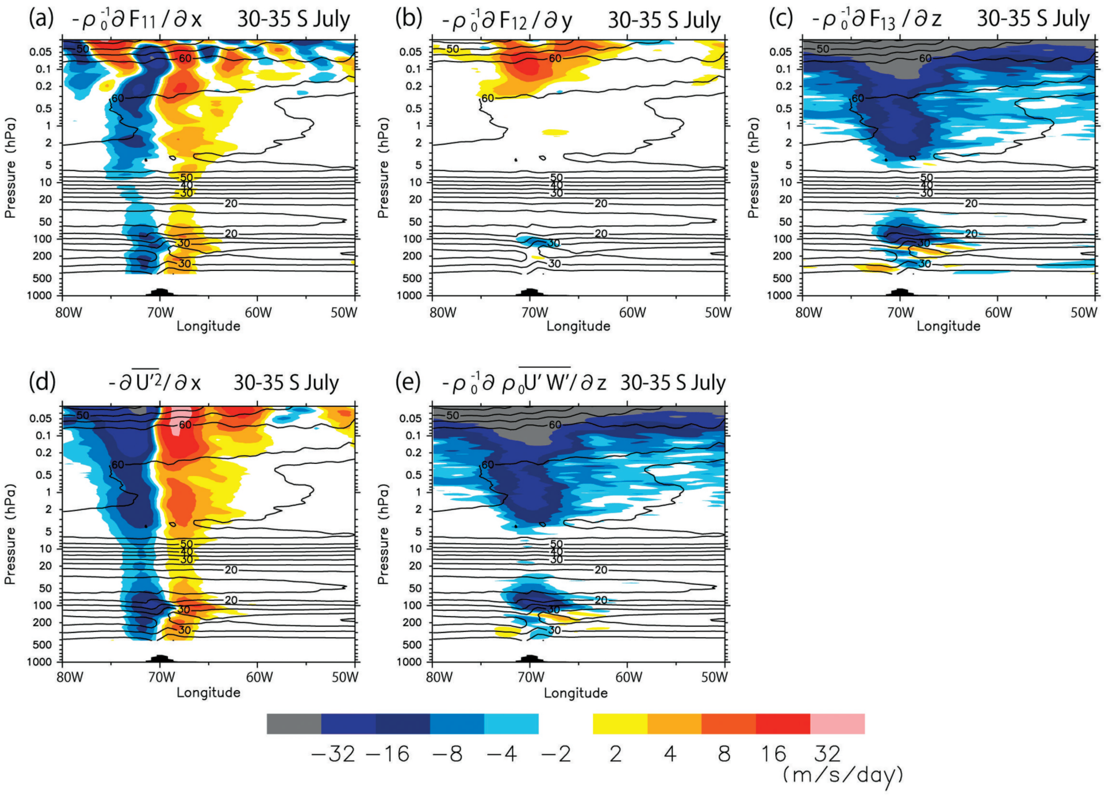
この節では，南半球アンデス山脈付近の重力波によって引き起こされる３次元残差流について調べた結果を紹介します．この解析では，重力波を陽に解像可能な高分解能GCMデータ（CCSR/NIES/FRCGC GCM）（Watanabe *et al*. 2008）を使用します．このモデルの水平分解能はT213（解像できる最小水平波長は約180 km），鉛直格子間隔は約300 m です．また，月平均場を背景場とし，そこからのずれを擾乱としました．重力波は水平波数 n が21以上（波長180〜1800 km）の擾乱として取り出しました．解析結果はモデル計算１年目の７月を示します．TEM 系の東西方向の運動方程式からの類推で，時間平均した東西方向の運動方程式では，以下の関係がおおまかに成り立つと考えられます．



第６図　（左）熱フラックスと（右）３次元残差流の南北成分の経度高度断面のポンチ絵．斜線が負値．両方の図における等値線はジオポテンシャル擾乱を表す．



第７図　７月の南緯30～35度で平均した７月の（a）擾乱に伴う３次元残差流の南北成分($\overline{v}^*-\overline{v_{(BA)}}$)，（b）$-\rho_0^{-1}(\nabla\cdot\mathbf{F_1})/(\overline{u}_y-f)$（全波数），（c）$-\rho_0^{-1}(\nabla\cdot\mathbf{F_1})/(\overline{u}_y-f)$（重力波）の経度高度断面図．500 hPa より下は，地形を表している．



第８図　南緯30～35度で平均した７月の（a）$-\rho_0^{-1}(\partial F_{11}/\partial x)$，（b）$-\rho_0^{-1}(\partial F_{12}/\partial y)$，（c）$-\rho_0^{-1}(\partial F_{13}/\partial z)$，（d）$-(\partial\overline{u'^2}/\partial x)$，（e）$-\rho_0^{-1}\partial(\rho_0\overline{u'w'})/\partial z$ の経度高度断面図．全ての図の等値線は，月平均東西風を表している．

$$(\overline{u}_y - f)(\overline{v}^* - \overline{v_{(BA)}}) \sim -\rho_0^{-1}(\nabla \cdot \mathbf{F_1}) \qquad (39)$$

この関係を確かめるために，$(\overline{v}^* - \overline{v_{(BA)}})$，$-\rho_0^{-1}(\nabla \cdot \mathbf{F_1})/(\overline{u}_y - f)$（全波数），$-\rho_0^{-1}(\nabla \cdot \mathbf{F_1})/(\overline{u}_y - f)$（重力波）の経度高度断面を以下に示します（第７図）．第７図 a，b から擾乱に伴う３次元残差流の南北成分と３次元波活動度フラックスの収束発散の分布はほぼ一致し，式(39)が成り立つことが確認できます．第７図 b，c から 1 hPa より下層（成層圏）のアンデス山脈の西（東）側に見られる南（北）向きの流れは主に重力波によるものと考えられます．

第７図 c の 1 hPa より上層（中間圏）の南向きの流れは中間圏の夏極から冬極に流れる子午面循環の一部です．次に，重力波に伴う残差流の中間圏と成層圏の違いを明らかにするために，波活動度フラックスの収束発散を３つの項に分解してプロットした図を以下に示します（第８図）．等値線は，月平均東西風を表しています．中間圏では，F_{13}（第８図 c）特に東西運動量の鉛直フラックス収束（第８図 e）が卓越するのに対し，成層圏では，F_{11}（第８図 a）特に擾乱の東西風成分による運動エネルギーの経度変化（第８図 d）によるものであることがわかります．F_{13}の鉛直収束による残差流は，TEM 系の EP フラックスの場合と同様に，下から伝播する重力波が擬運動量を背景場に落とすことに対応すると考えられます．これは，100 hPa 付近で東西風が弱まる領域にも見られます．一方で，F_{11}の東西微分による残差流は重力波が東西方向にあまり伝播せずに鉛直に継続的に伝播することにより生じるものであり，擾乱が砕波せずとも空気塊の流れを生じる可能性があることを新たに示唆します．

9．まとめと結びの言葉

本研究では，擾乱と背景場の相互作用，擾乱に伴う物質輸送及び，擾乱の伝播を記述する TEM 系，そして TEM 系を３次元に拡張する研究を背景に，新たに重力波とロスビー波両者に適用可能な新たな解析ツール（３次元残差流と波活動度フラックス）を導出しました．本研究の特徴はプリミティブ方程式系において，波活動度フラックスではなく，残差流に含まれるストークスドリフトを中心に導出していることです．その結果，３次元波活動度フラックスは擾乱の伝播を記述するものと背景場に対する波強制を記述するものとで異なる形をしていることが新たにわかりました．さらに，導出した定式を用いて事例解析を行った結果，擾乱が擬運動量を背景場に与える以外の方法で，物質輸送が生じていることが示唆されました．

ここまでは，受賞対象論文の内容をまとめて紹介して参りましたが，これより，発表でもふれました３次元理論の性格について説明します．本理論では，時間平均操作を行い，物理量を背景場と擾乱に分離します．本研究で行った解析では月平均を用いていますが，研究対象により，その平均幅は任意で変わります．例えば，総観規模擾乱であれば月平均より長い周期を持つプラネタリー波も背景場と見なせますし，重力波のような短周期かつスケールの小さい擾乱であれば，総観規模擾乱を含んだ平均場が背景場となりえます．続いて，本理論では時間平均を使用するため，停滞性の擾乱は背景場として扱われてしまいます．この点につきましては，時間平均の代わりに拡張 Hilbert 変換を用いることでその問題を克服できることが示されています（Sato *et al*. 2013)．またこれは全ての TEM 系に当てはまることですが，小振幅擾乱の仮定を用いているため，不安定波の様な振幅が時間と共に急激に増減する現象を計算することが出来ません．この現象を表す式については，Noda（2010，2014）に記述されています．以上をふまえ私は今後，３次元理論を用いた解析手法の確立に向けた研究を行うとともに，３次元理論だけでなく様々な解析手法を用いて大気大循環の時空間構造をより詳細に明らかにすべく研究を進めてまいる所存です．

最後に，本研究を進める中で感じたことですが，大気力学における理論研究，もっと広い意味で純粋な大気物理では，まだまだ扱うべき課題が数多くあるように思います．例えば，波の伝播を表す３次元波活動度フラックスと平均流相互作用を表すフラックスが異なる件について，この原因はロスビー波によるもの，言い換えると準地衡流系にのみ現れる問題です．そうしますと，そもそも準地衡流系とはなんぞや？　といった根源的な疑問を持ちます．こういった不思議でわくわくするような課題に取り組むことで新たな視点・知見が生まれ，ひいては気象予測精度の向上に貢献できることにつながれば幸いです．

謝　辞

受賞対象論文は，佐藤　薫先生（東京大学大学院理学系研究科）との共著論文です．佐藤先生には，学部４年生から博士課程の間，気象学だけでなく研究に対

する取り組み方について広く教えて頂き，現在も共同研究を行う形でご指導ご鞭撻頂いております．心よりお礼を申し上げます．また，冨川喜弘さん（国立極地研究所）には，3次元理論を導出する上で必要な大気力学の基礎を教科書ゼミや議論を通じて教えて頂き，また受賞対象論文のもととなるKinoshita *et al*.（2010）では共著者として様々なアドバイスを頂きました．廣田　勇先生には，学会やKANTOグループ合宿等を通じ，本研究につきまして様々なご助言を頂きました．中村　尚先生（東京大学先端科学技術研究センター）には，気象学セミナーや教科書ゼミを通じてご指導いただきました．宮原三郎先生には，本研究を進めるきっかけを与えて頂くだけでなく，学会等におきまして本研究についてご助言を頂きました．情報通信研究機構の上司，諸先輩方でいらっしゃる村山泰啓さん，丸山　隆さん，長屋嘉明さん，渡邊　堯さん，坂口明子さん，二階堂裕子さん，竹之内伸子さんには，本研究に対しご理解頂くだけでなく，発表内容についても議論させて頂き大変お世話になりました．博士課程時代の短期留学中にご指導いただいたWisconsin大学のMatthew Hitchman先生には，現在も学会等を通じて3次元理論を用いた研究について議論させて頂いております．大学院時代には，高橋正明先生，伊賀啓太先生，日比谷紀之先生，小池　真先生，三浦裕亮さん，高谷康太郎さん，相木秀則さん，西井和晃さん，小坂　優さん，宮坂貴文さんをはじめとする方々に，普段の研究生活やセミナーにおいて本当にお世話になりました．また，渡辺真吾さん，河谷芳雄さん，宮崎和幸さんをはじめとする諸先輩方，同期・後輩の皆様にも感謝致します．最後に実生活において支えてくれている妻，子供達，両親，妹達に感謝の意を表します．

参考文献

Andrews, D. G. and M. E. McIntyre, 1976: Planetary waves in horizontal and vertical shear: The generalized Eliassen-Palm relation and the mean zonal acceleration. J. Atmos. Sci., **33**, 2031-2048.

Andrews, D. G. and M. E. McIntyre, 1978: Generalized Eliassen-Palm and Charney-Drazin theorems for waves on axisymmetric mean flows in compressible atmospheres. J. Atmos. Sci., **35**, 175-185.

Charney, J. G. and P. G. Drazin, 1961: Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. J. Geophys. Res., **66**, 83-109.

Eliassen, A. and E. Palm, 1961: On the transfer of energy in stationary mountain waves. Geofys. Publ., **22** (3), 1-23.

Hoskins, B. J., I. N. James and G. H. White, 1983: The shape, propagation and mean-flow interaction of large-scale weather systems. J. Atmos. Sci., **40**, 1595-1612.

Kinoshita, T. and K. Sato, 2013a: A formulation of three-dimensional residual mean flow applicable both to inertia-gravity waves and to Rossby waves. J. Atmos. Sci., **70**, 1577-1602.

Kinoshita, T. and K. Sato, 2013b: A formulation of unified three-dimensional wave activity flux of inertia-gravity waves and Rossby waves. J. Atmos. Sci., **70**, 1603-1615.

Kinoshita, T., Y. Tomikawa and K. Sato, 2010: On the three-dimensional residual mean circulation and wave activity flux of the primitive equations. J. Meteor. Soc. Japan, **88**, 373-394.

Miyahara, S., 2006: A three dimensional wave activity flux applicable to inertio-gravity waves. SOLA, **2**, 108-111.

Noda, A., 2010: A general three-dimensional transformed Eulerian mean formulation. SOLA, **6**, 85-88.

Noda, A., 2014: Generalized transformed Eulerian mean (GTEM) description for Boussinesq fluids. J. Meteor. Soc. Japan, **92**, 411-431.

Plumb, R. A., 1985: On the three-dimensional propagation of stationary waves. J. Atmos. Sci., **42**, 217-229.

Plumb, R. A., 1986: Three-dimensional propagation of transient quasi-geostrophic eddies and its relationship with the eddy forcing of the time-mean flow. J. Atmos. Sci., **43**, 1657-1678.

Sato, K., T. Kinoshita and K. Okamoto, 2013: A new method to estimate three-dimensional residual-mean circulation in the middle atmosphere and its application to gravity wave-resolving general circulation model data. J. Atmos. Sci., **70**, 3756-3779.

Takaya, K. and H. Nakamura, 1997: A formulation of a wave-activity flux for stationary Rossby waves on a zonally varying basic flow. Geophys. Res. Lett., **24**, 2985-2988.

Takaya, K. and H. Nakamura, 2001: A formulation of a phase-independent wave-activity flux for stationary and migratory quasigeostrophic eddies on a zonally varying basic flow. J. Atmos. Sci., **58**, 608-627.

Trenberth, K. E., 1986: An assessment of the impact of transient eddies on the zonal flow during a blocking episode using localized Eliassen-Palm flux diagnos-

tics. J. Atmos. Sci., **43**, 2070–2087.
Watanabe, S., Y. Kawatani, Y. Tomikawa, K. Miyazaki, M. Takahashi and K. Sato, 2008: General aspects of a T213L256 middle atmosphere general circulation model. J. Geophys. Res., **113**, D12110, doi:10.1029/2008JD010026.

A New Theory Describing Three Dimensional Structure of General Circulation

Takenari KINOSHITA*

* *Integrated Science Data System Research Laboratory, National Institute of Information and Communications Technology, 4-2-1, Nukui-Kitamachi, Koganei, Tokyo 184-8795, Japan.*

(Received 13 July 2015; Accepted 24 August 2015)