本だな

「解ける！使える！微分方程式」

稲津　將　著
北海道大学出版会，2016年12月
232頁，3,000円（本体価格）
ISBN978-4-8329-8226-0

なぜ「天気」で数学の本の書評？と思われるかもしれないが，本書は気象研究者が書いた微分方程式の本である．序文によれば，北海道大学理学部地球惑星科学科２年生向けの講義「地球惑星科学のための物理数学Ⅰ」がもとになっているという．そこで，気象大学校の振動波動論の講義などで微分方程式の解法を教えてきた経験を踏まえて，本書を紹介したい．

我々の世界の物理法則を微分方程式によって表すことができるという発見は，ライプニッツとともに微積分を発明したニュートンに帰すことができるであろう．微分方程式の初期値問題の解の一意性定理から，古典物理学の決定論的世界像が導かれる．一方，気象力学でおなじみの３次元ナビエ-ストークス方程式の滑らかな解の存在に関する証明は，米国クレイ研究所が2000年に発表したミレニアム問題の一つであるが，いまだに解決に至っていない．微分方程式の世界は奥が深く，物理法則がこの形式で表される以上，微分方程式の解法を学ぶことは必須である．

この本の著者は，これまで発行された微分方程式の和書を随分調べたうえで，最小の努力で最大の効果が得られる数学の本を目指したとのことである．大きな特長は，初学者が微積分学と線形代数学を十分習得していなくても，最後まで読み通せるように工夫されていることである．特に，読むうえで前提となる基礎事項を巻末にまとめたりせずに，初めから順に読んでいけば理解できる構成になっているのがよい．また，説明は懇切丁寧であり，例題の解答は繰り返しを厭わないで書いてある．

内容を簡単に紹介すると，前半は常微分方程式，後半は偏微分方程式を扱っている．最初に，複素数の指数関数とテイラー展開について復習する．単一の常微分方程式の解法では，非斉次方程式の特解を見つける発見的な方法をいくつか紹介した後，系統的な方法として定数変化法を取り上げている．

次に連立常微分方程式の解法に移り，そのために必要な線形代数学を復習する．行列の定義から述べてあるが，ケーリー-ハミルトンの定理やスペクトル分解など，比較的高度な内容も含まれている．次の章でジョルダン分解を利用するので，それについてもここで説明しておくとよかったかもしれない．これらの結果を用いて，定係数の線形常微分方程式の解を行列の指数関数で表現している．

ここから後が，固有関数展開やフーリエ変換などを用いた本格的な解法の話になる．まず，フーリエ展開の計算に必要な積分計算について，高等学校で習うレベルから書いてあるのが驚きである．偏微分方程式については，変数分離法から固有関数展開，そしてフーリエ変換という自然な流れで話が進められており，特性曲線やグリーン関数による解法も紹介されている．フーリエ積分が収束しない関数についてもフーリエ変換が定義できることを，きちんと書いてある．

随所に散りばめられたコラムには，地球物理学を題材とする小話に加えて，「ξの書き方講座」や「∂って何て読むの？」などがあって楽しい．「置換積分の秘訣」や「絶対値を含む積分の鉄則」などは，受験数学を髣髴とさせる．また，演習問題に付された５段階の難易度は，著者の講義をこれまで受講した学生の正答率を参考にしたとのことである．

最後に，通読して気が付いたことを２点挙げておく．一つは，本書で扱っている微分方程式のほとんどは定係数線形であり，連立常微分方程式は未知関数２個，偏微分方程式は独立変数２個の場合に限っているが，このことについて読者に注意喚起しておくとよかったのではないか，ということである．たとえば，未知関数２個の連立常微分方程式の解軌道は，非線形になると不動点だけでは整理できなくなるし，波動方程式の解は空間次元が奇数か偶数かによって性質が異なる．

もう一つは，本書の随所でグリーン関数が定義されているが，グリーン関数の基本的な概念をつかみにくい気がすることである．最後の章で，ポアッソン方程式のグリーン関数による解の表現を，デルタ関数とグリーンの定理を用いて導いているので，同様のことを拡散方程式や波動方程式についても示すなど，統一的な扱いにもう少し気を配ってもよかったと思う．

いずれにしても，著者の意欲が十分感じられる本であり，これから微分方程式を学ぼうとする初学者に広く薦めたい．

（気象大学校　露木　義）

© 2017　日本気象学会