

降水日数を指標とする天候デリバティブの価格付けに関する検討

高野 哲夫*

1. はじめに

天候デリバティブは、天候や気温などに依存して収益が変化するデリバティブ（金融派生商品）であり、冷夏や長雨など気象条件の変動により被る損失を回避することができる（木島 2002）。すなわち、将来の気象の変化に対して「保険」を掛けることにより、そのリスクをヘッジする手段である。

これは、契約時に設定された一定の気象条件が実現した場合、例えば、予め指定された気象指標が閾値を超えたことが観測された場合、その観測値（閾値からの差分）に応じた決済金が支払われる金融商品である。ここで、気象指標はインデックス、閾値はストライクと各々呼ばれている。契約の際、利用者は「保険の掛け金」に相当する「プレミアム」を保険会社などに支払う。

様々なビジネスの中で気象情報を活用するためには、事業における天候リスクの経済効果を定量的に把握することが望ましい。プレミアムの金額は、将来における気象条件の影響とその発生確率に基づいて決定されるため、将来における天候リスクの経済効果の指標とも言えるだろう。

1999年に国内初の天候デリバティブが契約（土方 2003）されて以来、わが国の天候デリバティブ市場はわずか2年で数百億円規模に成長した（木島 2002）。

また、北川（2014）は、2000年に開催された淡路花博において導入された天候デリバティブについて事後評価を行った。これは、対象期間中に一定の水準を超える強風が観測された合計日数をインデックスとし、この値に応じて決済金が発生するプランについて検討したものである。

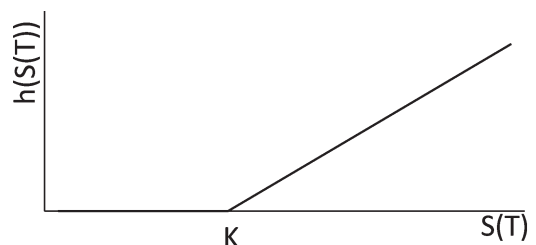
そこで本研究では、一定の水準を超える日降水量が観測された合計日数をインデックスとし、この値に応じて決済金が発生するプランに関して、プレミアムを試算した。

2. オプション取引の価格付け

天候デリバティブの多くは、オプション取引の形態である。本節では木島（2002）に基づき、その価格付けについて述べる。

オプション取引とは、将来の一定期間に、予め約束した金額で金融資産（原資産）を売買できる「権利」の売買である。この権利をオプションと呼び、これを適正に行使または放棄する事で、原資産の価格変動リスクをヘッジすることができる。

いま、ある時点 t （契約時など）において $S(t)$ 円の価値を有する原資産を、満期 T の時点で K 円で購入できるコール・オプションを例として考える。この価格 K を権利行使価格と呼ぶ。満期 T の時点で原資産の価値が下降し、時価 $S(T)$ が K を下回れば、権利を放棄することで損失を回避できる。一方、原資産の価値が上昇し、時価 $S(T)$ が K を上回れば、権利



第1図 コール・オプションのペイオフ関数。満期 T の時点で、時価 $S(T)$ が K を下回れば、利得は0となる一方、時価 $S(T)$ が K を上回れば、 $S(T)-K$ 円の利得が発生。

* Tetsuo TAKANO, 株式会社 SnowCast.
takano@snowcast-web.com
© 2017 日本気象学会

を行使することで $S(T)-K$ 円の利得 $h(S(T))$ が発生する (第1図)。

このように、満期時の原資産価値 $S(T)$ と権利行使価格 K の差額から生じる利得を $h(S(T))$ で表し、これを以下に示すペイオフ関数(1)として定義する。

[ペイオフ関数]

$$h(S(T)) = \begin{cases} S(T) - K & (S(T) \geq K) \\ 0 & (S(T) < K) \end{cases} \quad (1)$$

このようなオプション取引を利用する際は、予めオプションの価格に相当する「プレミアム」を支払い、その権利を購入する必要がある。時点 t におけるプレミアム $C(t)$ は、以下に示す Black-Scholes のモデルを用いて決定される。

[Black-Scholes のモデル]

$$C(t) = S(t)N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (2)$$

ここで、 r は無リスク利子率 (対象期間中は変化しない金利) である。また、 d_1 、 d_2 、 $N(z)$ は次式(3)～(5)で定義される。

$$d_1 = \frac{\log \frac{S(t)}{K} + \left[r + \frac{\sigma^2}{2} \right] (T-t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T-t} \quad (4)$$

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] du \quad (5)$$

Black-Scholes のモデルでは、原資産価値が対数正規分布 $LN(\mu, \sigma^2)$ に従うと仮定しており、標準偏差 σ はボラティリティと呼ばれる。 $N(z)$ は標準正規分布の累積密度関数、 \log は自然対数を表す。

3. 天候デリバティブの契約例

第1表に、天候デリバティブの契約例を紹介する。この取引形態は降水日数をインデックスとするコール・オプション取引である。

インデックスには、観測期間中の土日祝日かつ観測点における日降水量が5mm以上観測された合計日数(降水日数)を用い、その値が7日(ストライク)を超えると決済金が発生する仕様である。単位支払額は、インデックス1日当たり100万円、支払限度額は1000万円である。インデックスと決済額の関係は第2図に示す。

なお、契約時のプレミアムは1,363,000円と設定されている。本研究では、独自に気象データの分析を行い、オプション取引のプレミアム算出を試み、この値との比較を行う。

4. 気象データの分析

第3図には、過去100年間(1908～2007年の各4月1日～6月30日)におけるインデックスの出現比率を示した。ここで、祝日の取り扱いについては、国民の祝日に関する法律(以下「祝日法」)を基準としている。

ただし、祝日法は1948年7月20日公布・施行のため、それ以前の期間については、施行時の規定を遡って適用した。また、1973年以降は法改正に合わせて、振替休日に関する規定も適用している。

以下、インデックスを x 、ストライクを K_1 で表す。この時、 x の出現比率 $f(x)$ が次式(6)で表される対数正規分布 $LN(\mu_1, \sigma_1^2)$ に従うものと仮定する。

第1表 天候デリバティブの契約例 (大分銀行 2014)。

観測地点	大分
観測期間 (対象期間)	2008年4月1日～2008年6月30日 (91日間)
対象日	観測期間中の土日祝日
気象指標 (インデックス)	対象日の中で、観測点における日降水量が5mm以上となる日の合計日数 (降水日数)
決済額 (ペイアウト)	インデックスがストライク値を上回る場合に、「(インデックス - ストライク) × 単位支払額」を支払限度額を上限に支払う。インデックスがストライクと等しいか、または、これを下回る場合の支払金額は0円となる。
ストライク	7日
単位支払額	1,000,000円/日
支払限度額 (ペイアウト限度額)	10,000,000円
プレミアム	1,363,000円

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1 x} \exp\left[-\frac{(\log x - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] \quad (6)$$

これは、Black-Scholes のモデルにおいて、原資産価値が対数正規分布に従う仮定を反映したものである。第3図に示す観測値の分布は対数正規分布LN(2.0, 0.4²)で近似できるため、 $\mu_1=2.0$ 、 $\sigma_1=0.4$ として扱う。

対象期間は、起点 t を観測開始時点 ($t=0$) とし、終点 (満期) T を観測終了時点 ($T=91/365$) とする。ここで、時間の単位は「年」である。この時、無リスク利率 r は年利0.025%と仮定した。この値は、預入期間を1年とした場合の定期預金の利率を適用した。以上を踏まえて、仮定する条件を第2表に示す。

5. プレミアムの試算

Black-Scholes のモデル式(2)~(5)は金額で表される原資産価値 $S(t)$ と権利行使価格 K を基にしてプレミアムを求める一方、天候デリバティブにおけるインデックス x とストライク K_1 は共に降水日数で表される。従って、まずはインデックスとストライクを次式(7)~(8)のように金額の形 S' および K' に換算する。

$$S' = C_L \exp(\mu_1) \quad (7)$$

$$K' = C_L K_1 \quad (8)$$

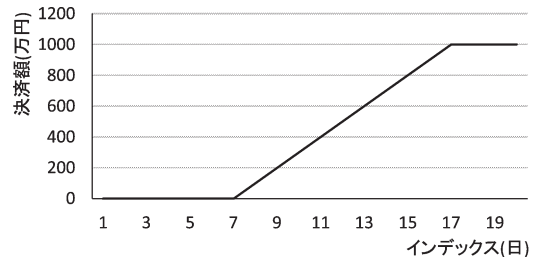
ここで、 C_L は単位支払額である。式(7)はインデックスの中央値に単位支払額を乗じたものであり、式(8)はストライクに単位支払額を乗じたものである。

続いて、時間の単位を「年」から「観測期間」に改める。これは、無リスク利率 r が年利で与えられるのに対し、インデックスの中央値 $\exp(\mu_1)$ やボラティリティ σ_1 が、観測期間内 (91/365年) で与えられるためである。このため、各パラメータの基準時間を揃える必要がある。すなわち、観測期間の起点 t' と終点 T' を新たに導入し、 $t'=0$ 、 $T'=1$ となるように時間の尺度を修正する。また、この期間における無リスク利率 r' も新たに導入し、 r から r' に換算する。これらの関係を次式(9)~(11)で表す。

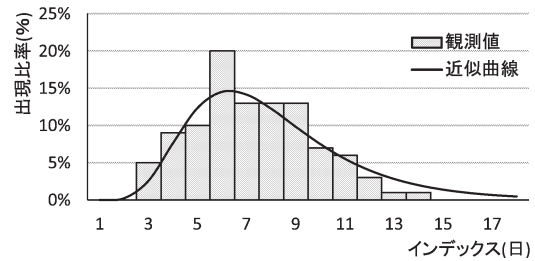
$$t' = 0 \quad (9)$$

$$T' = 1 \quad (10)$$

$$r' = (T-t)r \quad (11)$$



第2図 インデックスと決済額の関係。インデックスがストライク(7日)を下回れば決済額は0となる一方、インデックスがストライクを超える場合は1日当たり100万円ずつ決済額も増加。但し、決済額の上限(支払限度額)は1000万円(インデックスが17日以上の場合)。



第3図 インデックスと出現比率。棒グラフは1908~2007年の各4月1日~6月30日(計9100日)における土日祝日(計2898日)の中で日降水量5mm以上が観測された合計日数(インデックス)の出現比率。近似曲線は対数正規分布LN(2.0, 0.4²)。

第2表 仮定する条件。

単位支払額	C_L	100万円/日
ストライク	K_1	7日
時間の起点	t	0年
時間の終点	T	0.24932年
無リスク利率	r	0.025% (年利)

以上、式(7)~(11)を式(2)~(4)に適用することで、次式(12)~(14)が得られる。

$$C(t') = S'N(d'_1) - K'e^{-r'(T'-t')}N(d'_2) \quad (12)$$

$$d'_1 = \frac{\log \frac{S'}{K'} + \left[r' + \frac{\sigma_1^2}{2}\right](T'-t')}{\sigma_1 \sqrt{T'-t'}} \quad (13)$$

$$d'_2 = d'_1 - \sigma_1 \sqrt{T' - t'} \quad (14)$$

第3表に、式(7)～(14)における各パラメータの計算値を示す。この結果、プレミアムは1,345,470円と算出された。この値は、第1表のプレミアム(1,363,000円)と良く一致している。

6. おわりに

本研究では、降水日数を指標とする天候デリバティブの契約例を挙げ、そのプレミアムを試算した。具体的には、インデックスを金額の形に換算した上で、Black-Scholesのモデルに適用した。この結果、本研究の計算値と契約例のプレミアムは良く一致した。

既に述べた通り、天候デリバティブのプレミアムは、天候リスクの経済効果の指標でもある。本研究では金融工学的手法を用いることにより、天候リスクの経済効果を「金額」という形で定量的に評価する一つの手法を示すことができた。

ただし、この手法を用いるためには、インデックスの出現比率が対数正規分布に従う必要がある。加えて、本研究では支払限度額に関する条件を考慮していない。従って、インデックスが支払限度額に達する確率も十分低い水準に留まる必要がある。今回の場合、インデックスの値が17日以上となる確率(上側累積確率)は約1.9%と非常に小さい水準に留まる。

今後、様々な天候デリバティブの事案にアプローチして行くに当たり、支払限度額の条件を反映する方法や、対数正規分布に従わないインデックスの取り扱いについても、さらなる検討の余地がある。また、適切な無リスク利率の設定も課題である。

謝 辞

研究や教育を本務としない環境にあって本研究を進めるに当たり、株式会社 SnowCast 代表取締役・杉

第3表 Black-Scholesのモデルに関するパラメータ。

S'	738.9056 万円
K'	700.0000 万円
t'	0 観測期間
T'	1 観測期間
r'	0.00006 (観測期間中)
σ_1	0.4 (観測期間中)
d'_1	0.335374594
d'_2	-0.064625406
$N(d'_1)$	0.631328735
$N(d'_2)$	0.474236128
$C(t')$	134.5470 万円

浦 聡気象予報士より御支援を頂きました。

本調査ノートの投稿に際しては、担当編集委員の藤部文昭様より有益なアドバイスを頂きました。また、匿名の専門家より内容について御確認を頂きました。

地上観測データは気象庁ホームページにて公開されたデータを使用しました。

以上、各関係者の皆様に心より感謝を申し上げます。

参 考 文 献

- 土方 薫, 2003: 総論 天候デリバティブ. シグマベイスキャピタル, 243pp.
- 木島正明, 2002: 金融工学. 日経文庫856, 日本経済新聞出版社, 213pp.
- 北川徹哉, 2014: 淡路花博2000に導入された天候デリバティブについての一考察. 第23回 風工学シンポジウム論文集, 19-24.
- 大分銀行, 2014: 商品概要説明書 (天候デリバティブ・平成26年4月1日現在). <http://www.oitabank.co.jp/company/manual/pdf/houjin-001.pdf> (2016年9月19日閲覧).